TRÍCH YẾU LUẬN ÁN TIẾN SĨ

Nghiên cứu sinh: Phùng Thị Kim Yến

Tên luận án: ***Một số tính chất nghiệm của lớp phương trình có chứa toán tử elliptic suy biến.***

Ngành: Toán Giải tích

Mã số: 946 01 02

Người hướng dẫn khoa học: PGS.TS. Hà Tiến Ngoạn

Đơn vị đào tạo: Trường Đại học Sư phạm

Cơ sở đào tạo: Đại học Thái Nguyên

Nội dung bản trích yếu

I. Mục đích và đối tượng nghiên cứu của luận án

***** Mục tiêu của luận án là:

- Nghiên cứu một số tính chất nghiệm của bài toán biên đối với phương trình chứa toán tử elliptic suy biến cấp bốn với các nội dung sau:

+ Đưa ra đồng nhất thức kiểu Pohozaev và định lý về sự không tồn tại nghiệm mạnh không tầm thường.

+ Sự tồn tại nghiệm yếu của phương trình elliptic suy biến cấp bốn.

- Nghiên cứu dáng điệu khi thời gian lớn của nghiệm phương trình hyperbolic suy biến mạnh với nội dung sau:

+ Sự tồn tại duy nhất của nghiệm tích phân.

+ Sự tồn tại của tập hút toàn cục compact trong $S_1^2(\mathbb{R}^N)\times L^2(\mathbb{R}^N)$.

+ Phương pháp hệ gradient và cấu trúc của tập hút toàn cục compact.

***** Đối tượng nghiên cứu của luận án là bài toán biên đối với phương trình elliptic suy biến cấp bốn và dáng điệu khi thời gian lớn của nghiệm phương trình hyperbolic suy biến mạnh.

II. Các phương pháp nghiên cứu đã sử dụng

- Để nghiên cứu sự tồn tại nghiệm yếu của bài toán chúng tôi sử dụng phương pháp biến phân và các định lý tổng quát của lý thuyết điểm tới hạn.
- Để nghiên cứu sự không tồn tại nghiệm mạnh chúng tôi thiết lập các đồng nhất thức kiểu Pohozaev phù hợp đối với toán tử $P_{\alpha,\beta}$ và khai thác cấu trúc hình học của miền đang xét.
- Để nghiên cứu sự tồn tại duy nhất nghiệm tích phân toàn cục, chúng tôi sử dụng các phương pháp và công cụ của Giải tích hàm phi tuyến: phương pháp xấp xỉ Galerkin, các dạng phù hợp của bổ đề compact, các bổ đề xử lý số hạng phi tuyến.
- Để nghiên cứu dáng điệu tiệm cận của nghiệm và sự tồn tại của tập hút toàn cục, chúng tôi sử dụng các công cụ và phương pháp của lý thuyết hệ động lực vô

hạn chiều. Cụ thể, đó là phương pháp đánh giá tiên nghiệm tiệm cận và phương pháp đánh giá phần đuôi nghiệm.

III. Các kết quả chính và kết luận

Luận án đã thu được các kết quả sau:

1. Đối với phương trình Δ_γ^2-Laplace nửa tuyến tính cấp bốn: Đưa ra được đẳng thức tích phân kiểu Pohozaev của bài toán Dirichlet, từ đó chứng minh sự không tồn tại nghiệm không tầm thường trong miền δ_t-hình sao khi vế phải có độ tăng trưởng theo u lớn hơn $\frac{\tilde{N}+4}{\tilde{N}-4}$; đồng thời chứng minh được sự tồn tại nghiệm yếu, tính nhiều nghiệm của bài toán với điều kiện số hạng phi tuyến có bậc tăng trưởng theo u là nhỏ hơn $\frac{\tilde{N}+4}{\tilde{N}-4}$, ở đây $\tilde{N}$ là số chiều thuần nhất. Qua đó đã chứng tỏ giá trị $\frac{\tilde{N}+4}{\tilde{N}-4}$ là giá trị tới hạn của bậc tăng trưởng của vế phải theo u.

2. Đối với phương trình hyperbolic chứa toán tử elliptic suy biến mạnh $P_{\alpha,\beta}$: Đưa ra các điều kiện đủ đối với các số hạng tuyến tính và phi tuyến của phương trình để đảm bảo sự tồn tại duy nhất của nghiệm tích phân toàn cục; Chứng minh sự tồn tại của tập hút toàn cục compact liên thông trong không gian $S_1^2(\mathbb{R}^N)\times L^2(\mathbb{R}^N)$, đồng thời mô tả cấu trúc của nó.

IV. Ý nghĩa khoa học và thực tiễn

- Các kết quả của luận án là mới, có ý nghĩa khoa học và góp phần hoàn thiện việc nghiên cứu sự tồn tại nghiệm trong miền bị chặn của bài toán biên cho phương trình elliptic suy biến cấp bốn và dáng điệu tiệm cận của các phương trình hyperbolic tắt dần chứa toán tử elliptic suy biến trong cả không gian. Trong Chương 2 tính giải được của bài toán Dirichlet lần đầu được xét cho phương trình elliptic suy biến cấp bốn chứa toán tử Δ_γ^2-Laplace. Trong Chương 3 vấn đề tiệm cận theo thời gian của nghiệm bài toán Cauchy được xét trong cả không gian thay vì trong miền bị chặn như trước đây. Các kết quả đối với một vài lớp hàm phi tuyến là mới thậm chí khi $P_{\alpha,\beta}$ là toán tử elliptic.

- Phương trình elliptic cấp hai xuất hiện trong thực tế khá đa dạng như: phương trình mô tả dòng điện hoặc từ trường, mặt cự tiểu…Gần đây một số chuyên gia đã nghiên cứu phương trình elliptic phi tuyến cấp bốn như phương trình để nghiên cứu sóng truyền trong cầu treo và độ võng tĩnh của bản đàn hồi trong chất lỏng. Nghiên cứu về phương trình chứa toán tử elliptic suy biến thường phức tạp hơn so với phương trình chứa toán tử elliptic và nó có ứng

dụng trong thực tế rất rộng lớn khi ta nghiên cứu vật chất có mật độ không đồng đều, chỗ rất mỏng chỗ lại rất dày. Những vật chất này tồn tại vô số trong vũ trụ bao la của chúng ta.

V. Hướng nghiên cứu tiếp theo

- Điều kiện tồn tại nghiệm của các bài toán biên nói trên trong miền không bị chặn.
- Tính chất của tập hút toàn cục như: số chiều, sự phụ thuộc liên tục vào các tham số, tính trơn, …
- Sự tồn tại nghiệm và dáng điệu tiệm cận nghiệm của các phương trình hyperbolic suy biến với các điều kiện biên khác nhau, chẳng hạn điều kiện biên không thuần nhất, điều kiện biên Neumann, điều kiện biên hỗn hợp, điều kiện biên phi tuyến, …Để làm được điều này cần xây dựng được không gian Sobolev có trọng tương ứng, định lý nhúng kiểu Sobolev.
- Sự tồn tại tập hút lùi, tập hút đều khi hàm phi tuyến phụ thuộc thời gian.
- Các mô hình ứng dụng thực tế.

Thái Nguyên, ngày 18 tháng 02 năm 2023

Xác nhận của người hướng dẫn khoa học	**Nghiên cứu sinh**
PGS. TS. Hà Tiến Ngoạn	**Phùng Thị Kim Yến**
Trưởng khoa	