

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN VĂN HÙNG

**XÂY DỰNG VÀ SỬ DỤNG MỘT SỐ TÌNH HUỐNG KHÁM PHÁ
TRONG DẠY HỌC TOÁN TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VỚI SỰ
HỖ TRỢ CỦA MÁY TÍNH CẦM TAY**

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

THÁI NGUYÊN - 2022

ĐẠI HỌC THÁI NGUYÊN
TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM

NGUYỄN VĂN HÙNG

**XÂY DỰNG VÀ SỬ DỤNG MỘT SỐ TÌNH HUỐNG KHÁM PHÁ
TRONG DẠY HỌC TOÁN TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VỚI SỰ
HỖ TRỢ CỦA MÁY TÍNH CẦM TAY**

Chuyên ngành: Lý luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán học
Mã số: 9140111

LUẬN ÁN TIẾN SĨ KHOA HỌC GIÁO DỤC

NGƯỜI HƯỚNG DẪN KHOA HỌC:

- 1. PGS. TS NGUYỄN DANH NAM**
- 2. PGS. TS NGUYỄN ANH TUẤN**

THÁI NGUYÊN - 2022

LỜI CAM ĐOAN

Tôi xin cam đoan đây là công trình nghiên cứu của riêng tôi, được hoàn thành với sự hướng dẫn và giúp đỡ tận tình của nhiều nhà khoa học. Các số liệu, kết quả được trình bày trong luận án là trung thực. Những kết luận khoa học của luận án chưa từng được ai công bố trong bất kì công trình nào khác.

Thái Nguyên, ngày 26 tháng 3 năm 2022

Tác giả luận án



Nguyễn Văn Hưng

LỜI CẢM ƠN

Luận án được hoàn thành tại Bộ môn Lý luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán, khoa Toán, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên. Trong quá trình nghiên cứu, tác giả đã nhận được nhiều sự giúp đỡ quý báu của các tập thể và cá nhân.

Tác giả xin bày tỏ lòng biết ơn sâu sắc đến **PGS.TS Nguyễn Danh Nam** và **PGS.TS Nguyễn Anh Tuấn** đã tận tình hướng dẫn tác giả trong suốt quá trình nghiên cứu và thực hiện luận án.

Tác giả xin chân thành cảm ơn Ban Giám hiệu, các phòng, ban chức năng; tập thể các thầy giáo, cô giáo khoa Toán; các thầy giáo, cô giáo chuyên ngành Lý luận và Phương pháp dạy học bộ môn Toán học trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên đã tạo mọi điều kiện thuận lợi cho tác giả trong suốt thời gian học tập, nghiên cứu tại trường.

Tác giả xin chân thành cảm ơn lãnh đạo Sở Giáo dục và Đào tạo Thái Nguyên đã tạo điều kiện về thời gian và giúp đỡ để tôi học tập, nghiên cứu. Xin trân trọng cảm ơn lãnh đạo, giáo viên và các em học sinh các trường trung học phổ thông đã giúp đỡ tác giả tổ chức khảo sát và thực nghiệm đề tài.

Tác giả cũng xin cảm ơn các thầy giáo, cô giáo, các nhà nghiên cứu sư phạm đã gửi ý kiến đóng góp để luận án được hoàn thiện hơn.

Cuối cùng, tác giả xin chân thành cảm ơn gia đình, bạn bè, đồng nghiệp đã luôn động viên, khích lệ trong suốt quá trình học tập và nghiên cứu.

Thái Nguyên, ngày 26 tháng 3 năm 2022

Tác giả luận án



Nguyễn Văn Hưng

MỤC LỤC

MỞ ĐẦU

1. Lí do chọn đề tài.....	1
2. Mục đích nghiên cứu.....	4
3. Nhiệm vụ nghiên cứu.....	4
4. Khách thể, đối tượng và phạm vi nghiên cứu.....	4
5. Giả thuyết khoa học.....	5
6. Phương pháp nghiên cứu.....	5
7. Những vấn đề đưa ra bảo vệ.....	6
8. Những đóng góp luận án.....	6
9. Bố cục của luận án.....	6
Chương 1. CƠ SỞ LÝ LUẬN.....	7
1.1. Tổng quan một số kết quả nghiên cứu về dạy học khám phá.....	7
1.1.1. Một số kết quả nghiên cứu nước ngoài.....	7
1.1.2. Một số kết quả nghiên cứu ở Việt Nam.....	10
1.2. Tổng quan một số kết quả nghiên cứu về sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học toán.....	14
1.3. Dạy học khám phá.....	17
1.3.1. Một số khái niệm cơ bản.....	17
1.3.2. Đặc trưng của dạy học khám phá.....	18
1.3.3. Thể hiện của hoạt động khám phá trong dạy học toán.....	19
1.4. Tình huống khám phá trong dạy học.....	21
1.4.1. Tình huống dạy học.....	21
1.4.2. Tình huống khám phá.....	23
1.5. Phương tiện dạy học.....	25
1.5.1. Khái niệm về phương tiện dạy học.....	25
1.5.2. Vai trò và chức năng của phương tiện dạy học.....	26
1.5.3. Một số hình thức sử dụng phương tiện trong dạy học.....	29
1.6. Máy tính cầm tay với vai trò là một phương tiện dạy học.....	31
1.6.1. Sơ lược về lịch sử máy tính cầm tay.....	31

1.6.2. Quan niệm về máy tính cầm tay sử dụng trong dạy học.....	32
1.6.3. Vai trò và chức năng của máy tính cầm tay trong dạy học...	34
1.7. Bồi dưỡng năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh thông qua hoạt động khám phá với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay.....	38
1.7.1. Khái niệm về năng lực.....	38
1.7.2. Năng lực giải quyết vấn đề.....	39
1.7.3. Các thành tố của năng lực giải quyết vấn đề.....	41
1.7.4. Bồi dưỡng năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh thông qua hoạt động khám phá với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay..	42
1.8. Các mức độ của hoạt động khám phá với máy tính cầm tay.....	50
KẾT LUẬN CHƯƠNG 1.....	55
Chương 2. NGHIÊN CỨU THỰC TRẠNG DẠY HỌC MÔN TOÁN TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA MÁY TÍNH CẦM TAY.....	56
2.1. Mục đích nghiên cứu.....	56
2.2. Phương pháp nghiên cứu.....	56
2.3. Kết quả nghiên cứu thực trạng sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học toán ở trường trung học phổ thông.....	57
2.3.1. Nội dung khảo sát.....	57
2.3.2. Kết quả khảo sát.....	57
KẾT LUẬN CHƯƠNG 2.....	72
Chương 3. XÂY DỰNG VÀ SỬ DỤNG MỘT SỐ TÌNH HUỐNG KHÁM PHÁ TRONG DẠY HỌC TOÁN TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA MÁY TÍNH CẦM TAY.....	73
3.1. Nguyên tắc định hướng xây dựng tình huống.....	73
3.2. Xây dựng và sử dụng một số tình huống khám phá trong dạy học toán trung học phổ thông với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay.....	73
3.2.1. Quy trình xây dựng và sử dụng tình huống khám phá.....	73
3.2.2. Nhóm tình huống 1: Sử dụng máy tính cầm tay hỗ trợ học sinh tính toán, dự đoán quy luật, xây dựng các giả thuyết khoa học.....	76
3.2.3. Nhóm tình huống 2: Sử dụng máy tính cầm tay hỗ trợ hoạt	

động mô hình hóa toán học.....	103
3.2.4. Nhóm tình huống 3: Sử dụng máy tính cầm tay khám phá các hình thức biểu diễn toán học.	120
KẾT LUẬN CHƯƠNG 3.....	131
Chương 4. THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM.....	132
4.1. Mục đích, yêu cầu, nội dung thực nghiệm.....	132
4.2. Thời gian, quy trình và phương pháp thực nghiệm sư phạm.....	133
4.2.1. Thời gian thực nghiệm sư phạm.....	133
4.2.2. Quy trình tổ chức thực nghiệm sư phạm.....	134
4.2.3. Phương pháp thực nghiệm sư phạm.....	134
4.3. Tiến trình thực nghiệm sư phạm.....	137
4.3.1. Thực nghiệm sư phạm vòng 1.....	137
4.3.2. Thực nghiệm sư phạm vòng 2.....	142
KẾT LUẬN CHƯƠNG 4.....	151
KẾT LUẬN.....	153
DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ CÓ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN.....	154
TÀI LIỆU THAM KHẢO.....	155
PHỤ LỤC 1.....	166
PHỤ LỤC 2.....	177
PHỤ LỤC 3.....	180
PHỤ LỤC 4.....	185
PHỤ LỤC 5.....	186
PHỤ LỤC 6.....	200

BẢNG GHI CHÚ NHỮNG CỤM TỪ VIẾT TẮT

STT	Chữ viết tắt	Độc là
1.	CNTT	Công nghệ thông tin
2.	DHKP	Dạy học khám phá
3.	GDPT	Giáo dục phổ thông
4.	GQVĐ	Giải quyết vấn đề
5.	GV	Giáo viên
6.	HS	Học sinh
7.	MTCT	Máy tính cầm tay
8.	SGK	Sách giáo khoa
9.	PT	Phương trình
10.	THPT	Trung học phổ thông
11.	THDH	Tình huống dạy học

DANH MỤC CÁC BẢNG

Bảng 1.1	Biểu hiện năng lực GQVĐ của HS THPT.....	41
Bảng 1.2	Các mức độ hoạt động khám phá với MTCT.....	50
Bảng 2.1	Những lợi ích từ việc sử dụng MTCT theo đánh giá của HS...	65
Bảng 2.2	Những lợi ích từ việc sử dụng MTCT theo đánh giá của GV...	65
Bảng 2.3	Những thách thức trong việc sử dụng MTCT theo GV.....	67
Bảng 2.4	Những thách thức trong việc sử dụng MTCT theo CBQL.....	67
Bảng 4.1	Phân bố điểm kiểm tra chất lượng của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng trước thực nghiệm vòng 1.....	138
Bảng 4.2	Phân bố điểm kiểm tra chất lượng của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau thực nghiệm vòng 1.....	139
Bảng 4.3	Phân bố tần suất tích lũy hội tụ lùi của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau thực nghiệm vòng 1.....	139
Bảng 4.4	Số liệu phân tích kết quả thực nghiệm vòng 1.....	140
Bảng 4.5	Bảng phân tích kết quả thực nghiệm vòng 1.....	141
Bảng 4.6	Phân bố điểm kiểm tra chất lượng.....	143
Bảng 4.7	Bảng số liệu trước thực nghiệm vòng 2.....	144
Bảng 4.8	Bảng phân tích trước thực nghiệm vòng 2.....	144
Bảng 4.9	Kết quả đánh giá năng lực GQVĐ của HS.....	146
Bảng 4.10	Phân bố điểm của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau thực nghiệm vòng 2.....	148
Bảng 4.11	Phân bố tần suất tích lũy hội tụ lùi của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau thực nghiệm vòng 2.....	148
Bảng 4.12	Bảng số liệu sau thực nghiệm vòng 2.....	149
Bảng 4.13	Bảng phân tích sau thực nghiệm vòng 2.....	149
Bảng 5	Các biểu hiện của NL GQVĐ và mức độ hỗ trợ của MTCT....	177
Bảng 6	Thang đánh giá năng lực GQVĐ.....	183

DANH MỤC SƠ ĐỒ VÀ BIỂU ĐỒ

Sơ đồ:

Sơ đồ 3.1	Xây dựng tình huống khám phá.....	74
Sơ đồ 3.2	Quy trình sử dụng tình huống khám phá với MTCT.....	75
Sơ đồ 3.3	Quy trình sử dụng MTCT hỗ trợ tính toán.....	78
Sơ đồ 3.4	Khám phá bằng tìm tòi, dự đoán.....	85
Sơ đồ 3.5	Phân tích vấn đề bài toán với MTCT.....	99
Sơ đồ 3.6	Chu trình mô hình hóa toán học.....	109

Biểu đồ:

Biểu đồ 2.1	Hình thức tiếp cận với MTCT của GV.....	61
Biểu đồ 2.2	Tỷ lệ GV được tham gia bồi dưỡng, tập huấn về MTCT...	61
Biểu đồ 2.3	Hình thức tiếp cận với MTCT của HS.....	61
Biểu đồ 2.4	Mức độ sử dụng MTCT của HS.....	63
Biểu đồ 2.5	Mức độ tự tin của HS khi sử dụng MTCT.....	63
Biểu đồ 2.6	Sử dụng MTCT trong các tình huống học tập của HS.....	63
Biểu đồ 2.7	Sử dụng MTCT trong các tình huống dạy học của GV.....	64
Biểu đồ 4.1	Đa giác đồ biểu thị điểm kiểm tra chất lượng của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng trong thực nghiệm vòng 1.....	138
Biểu đồ 4.2	Đồ thị biểu diễn đường tần suất tích lũy hội tụ lùi của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau thực nghiệm vòng 1.....	140
Biểu đồ 4.3	Đa giác đồ biểu thị điểm kiểm tra chất lượng của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng trước thực nghiệm vòng 2.....	143
Biểu đồ 4.4	Biểu đồ so sánh năng lực GQVĐ của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau thực nghiệm vòng 2.....	147
Biểu đồ 4.5	Đồ thị biểu diễn đường tần suất tích lũy hội tụ lùi của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau thực nghiệm vòng 2.....	148

MỞ ĐẦU

1. Lí do chọn đề tài

1.1. Luật Giáo dục 2019 [30], xác định: “*Mục tiêu giáo dục nhằm phát triển toàn diện con người Việt Nam có đạo đức, tri thức, văn hóa, sức khỏe, thẩm mỹ và nghề nghiệp; có phẩm chất, năng lực và ý thức công dân; có lòng yêu nước, tinh thần dân tộc, trung thành với lý tưởng độc lập dân tộc và chủ nghĩa xã hội; phát huy tiềm năng, khả năng sáng tạo của mỗi cá nhân; nâng cao dân trí, phát triển nguồn nhân lực, bồi dưỡng nhân tài, đáp ứng yêu cầu của sự nghiệp xây dựng, bảo vệ Tổ quốc và hội nhập quốc tế*”. Chính vì vậy, đổi mới căn bản và toàn diện giáo dục và đào tạo ở nước ta đang là vấn đề cấp thiết hiện nay, Nghị quyết Hội nghị lần thứ tám Ban Chấp hành Trung ương Đảng (khoá XI) [37], về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo tiếp tục khẳng định “*Chuyển mạnh quá trình giáo dục từ chủ yếu trang bị kiến thức sang phát triển toàn diện năng lực và phẩm chất người học. Học đi đôi với hành; lý luận gắn với thực tiễn; giáo dục nhà trường kết hợp với giáo dục gia đình và giáo dục xã hội. Phát triển giáo dục và đào tạo phải gắn với nhu cầu phát triển kinh tế - xã hội và bảo vệ Tổ quốc; với tiến bộ khoa học và công nghệ; phù hợp quy luật khách quan*”.

Chương trình GDPT 2018 được thực hiện từ năm học 2020 - 2021. Điểm nổi bật trong xây dựng chương trình GDPT mới là thay đổi cách tiếp cận từ nội dung kiến thức làm cho người học quá tải và thụ động chuyển sang phát triển phẩm chất, năng lực người học, giúp người học năng động, linh hoạt, bảo đảm việc dạy chữ và dạy người. Mục tiêu của GDPT phải thể hiện yêu cầu phát triển năng lực, chú trọng phát triển toàn diện, hài hòa, coi trọng phẩm chất cá nhân, ý thức cộng đồng, đảm bảo chuẩn đầu ra. Việc thực hiện mục tiêu hình thành, phát triển năng lực, phẩm chất người học dựa trên triết lý giáo dục như: thực học - thực nghiệp; học đi đôi với hành; lý luận gắn với

thực tiễn. Nghị quyết số 88/2014/QH13 về đổi mới chương trình, sách giáo khoa GDPT [38], yêu cầu *"Tiếp tục đổi mới phương pháp giáo dục theo hướng: phát triển toàn diện năng lực và phẩm chất người học; phát huy tính tích cực, chủ động, sáng tạo, bồi dưỡng phương pháp tự học, hứng thú học tập, kỹ năng hợp tác, làm việc nhóm và khả năng tư duy độc lập: đa dạng hóa hình thức tổ chức học tập, tăng cường hiệu quả sử dụng các phương tiện dạy học, đặc biệt là công nghệ thông tin và truyền thông; giáo dục ở nhà trường kết hợp với giáo dục gia đình và xã hội"*. Nghị quyết số 44/NQ-CP ngày 09/6/2014 của Chính phủ và Quyết định 404/QĐ-TTg, ngày 27/3/2015 của Thủ tướng Chính phủ về Đề án đổi mới chương trình, sách giáo khoa phổ thông [48], đã nhấn mạnh *"Chương trình mới, sách giáo khoa mới được xây dựng theo hướng coi trọng dạy người với dạy chữ, rèn luyện, phát triển cả về phẩm chất và năng lực; chú trọng giáo dục tinh thần yêu nước, lòng tự hào dân tộc, đạo đức, nhân cách, lối sống; phát hiện, bồi dưỡng năng khiếu và định hướng nghề nghiệp cho mỗi học sinh; tăng cường năng lực ngoại ngữ, tin học và các kỹ năng sống, làm việc trong điều kiện hội nhập quốc tế; đẩy mạnh ứng dụng, phát huy thành quả khoa học công nghệ thế giới, nhất là công nghệ giáo dục và công nghệ thông tin"*. Quán triệt các tư tưởng và yêu cầu đó, Chương trình GDPT 2018 [4], đã định hướng về phương pháp giáo dục: *"Các môn học và hoạt động giáo dục trong nhà trường áp dụng các phương pháp tích cực hoá hoạt động của người học, trong đó giáo viên đóng vai trò tổ chức, hướng dẫn hoạt động cho học sinh, tạo môi trường học tập thân thiện và những tình huống có vấn đề để khuyến khích học sinh tích cực tham gia vào các hoạt động học tập, tự phát hiện năng lực, nguyện vọng của bản thân, rèn luyện thói quen và khả năng tự học, phát huy tiềm năng và những kiến thức, kỹ năng đã tích lũy được để phát triển. Các hoạt động học tập của học sinh bao gồm hoạt động khám phá vấn đề, hoạt động luyện tập và hoạt động thực hành, được thực hiện với sự hỗ trợ của thiết bị*

dạy học tối thiểu, đồ dùng học tập và công cụ khác, đặc biệt là công cụ tin học và các hệ thống tự động hóa của kỹ thuật số”.

Như vậy, những yêu cầu về đổi mới hoạt động học tập của học sinh nhằm phát triển năng lực, phẩm chất của người học là nhu cầu cấp thiết trong GDPT hiện nay.

1.2. Máy tính cầm tay với ưu điểm kích thước nhỏ gọn nhưng có khả năng thực hiện nhiều chức năng toán học đã nhanh chóng được phổ biến trong các lớp học toán ở các nước trên thế giới. Ngày nay, hầu hết các nước trên thế giới đều đưa MTCT hỗ trợ trong quá trình dạy học toán học từ chương trình cấp tiểu học cho đến chương trình đại học. Nhiều nghiên cứu đã chỉ ra rằng, sử dụng MTCT vào quá trình dạy học sẽ thu hút người học xây dựng, hình thành và khám phá tri thức, khả năng GQVĐ. Đồng thời thông qua quá trình học của HS, GV cũng có cơ hội để học tập và nâng cao khả năng xử lý các tình huống mà người học có thể tạo ra với những ý tưởng sáng tạo trên MTCT của mình. Máy tính cầm tay đáp ứng các nhu cầu tính toán phức tạp, trở thành công cụ làm việc dễ dàng cho mọi người. Công cụ tính toán sẽ hỗ trợ đắc lực cho việc tiếp cận và truyền đạt các kiến thức lý thuyết, giảng dạy lý thuyết gắn với thực hành tính toán, sẽ giúp HS không chỉ tiếp thu tốt các kiến thức khoa học một cách bản chất, sâu sắc, mà còn tiếp cận tốt hơn với các phương pháp giảng dạy và công cụ tính toán hiện đại. Các thuật toán và các quy trình thao tác trên MTCT có thể coi là bước tập dượt ban đầu để HS dần quen với kỹ thuật lập trình trên máy tính cá nhân.

Trong các trường phổ thông ở Việt Nam hiện nay, việc gắn giảng dạy lý thuyết và tính toán thực hành còn chưa được đẩy mạnh. Việc hướng dẫn cho HS sử dụng MTCT một cách sáng tạo trong quá trình học tập toán vẫn đang còn hạn chế. Nhìn chung, đa số HS chỉ sử dụng MTCT ở mức độ thực hiện các phép tính đơn giản mà chưa ứng dụng vào mức độ cao hơn như dự đoán kết quả, suy luận sáng tạo để GQVĐ. Đồng thời, ở Việt Nam còn thiếu

những tài liệu, nghiên cứu khoa học về sử dụng MTCT để hỗ trợ cho việc khám phá, bồi dưỡng, phát triển năng lực toán học cho HS ở cấp THPT. Do vậy, việc sử dụng MTCT trong dạy học môn Toán ở trường THPT cần được nghiên cứu một cách đầy đủ, khoa học để phát huy được hiệu quả cao nhất trong việc sử dụng để nâng cao chất lượng dạy học. Xuất phát từ những lí do trên tôi chọn vấn đề nghiên cứu: **“Xây dựng và sử dụng một số tình huống khám phá trong dạy học Toán trung học phổ thông với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay”**.

2. Mục đích nghiên cứu

Trên cơ sở phân tích DHKP, các THDH và sử dụng MTCT trong dạy học Toán để xây dựng và sử dụng một số tình huống khám phá nhằm bồi dưỡng năng lực GQVĐ cho HS trong học tập môn Toán ở trường THPT.

3. Nhiệm vụ nghiên cứu

- Nghiên cứu cơ sở lí luận về dạy học môn Toán ở trường THPT:
- + Nghiên cứu tổng quan vấn đề sử dụng MTCT trong dạy học môn Toán ở trong và ngoài nước.
- + Nghiên cứu dạy học môn Toán với phương tiện dạy học, DHKP và khả năng của MTCT hỗ trợ hoạt động khám phá trong học Toán.
- Nghiên cứu thực trạng dạy và học môn toán với sự hỗ trợ của MTCT ở trường THPT. Khảo sát chất lượng HS ở một số trường THPT về giải toán dựa trên MTCT.
- Xây dựng một số tình huống khám phá trong dạy học môn Toán ở trường THPT với sự hỗ trợ của MTCT.
- Thực nghiệm sư phạm: Thực nghiệm, đánh giá hiệu quả của các tình huống khám phá đã xây dựng trong đề tài.

4. Khách thể, đối tượng và phạm vi nghiên cứu

4.1. Khách thể nghiên cứu

Quá trình dạy học môn Toán ở trường THPT với sự hỗ trợ của MTCT.

4.2. Đối tượng nghiên cứu

- Máy tính cầm tay trong hỗ trợ dạy học.
- Những tình huống khám phá trong dạy học môn toán với sự hỗ trợ của MTCT.

4.3. Phạm vi nghiên cứu

- Nội dung, phương pháp dạy học môn toán ở THPT với công cụ hỗ trợ MTCT (đề xuất các nội dung như: quy luật của dãy số, giới hạn, PT và hệ PT, đồ thị hàm số, các mô hình toán học, đạo hàm và ứng dụng, quy luật xác suất – thống kê,...).
- Thực tiễn dạy học môn toán với hỗ trợ MTCT ở một số trường THPT.

5. Giả thuyết khoa học

Nếu xây dựng và sử dụng được một số tình huống khám phá trong dạy học môn Toán ở trường THPT với sự hỗ trợ của MTCT phù hợp thì sẽ góp phần bồi dưỡng năng lực GQVĐ cho HS, nâng cao chất lượng dạy học môn Toán ở trường THPT.

6. Phương pháp nghiên cứu

Thực hiện luận án, sử dụng một số phương pháp nghiên cứu như sau:

- Phương pháp nghiên cứu lí luận: Nghiên cứu lí luận về DHKP, THDH và phương tiện dạy học để xây dựng khung lí thuyết và một số khái niệm mới trong luận án.
- Phương pháp quan sát: Dự giờ, quan sát việc giảng dạy của GV và quá trình học tập của HS.
- Phương pháp điều tra: Điều tra thực trạng dạy và học môn Toán với sự hỗ trợ của MTCT ở trường THPT.
- Phương pháp chuyên gia: Trao đổi, phỏng vấn một số chuyên gia về những nội dung có liên quan đến vấn đề nghiên cứu.
- Phương pháp thực nghiệm: Triển khai thực nghiệm sư phạm ở một số trường THPT nhằm kiểm tra tính khả thi và hiệu quả của các tình huống khám

phá đã xây dựng.

- Phương pháp thống kê, xử lý số liệu: Xử lý các kết quả điều tra, phỏng vấn, phân tích kết quả bài kiểm tra trước và sau thực nghiệm.

7. Những vấn đề đưa ra bảo vệ

- Máy tính cầm tay không chỉ là công cụ tính toán mà còn là công cụ để hỗ trợ HS trong việc khám phá, giải quyết vấn đề trong học toán.

- Sử dụng tình huống khám phá với sự hỗ trợ của MTCT trong dạy học toán ở trường THPT sẽ góp phần bồi dưỡng năng lực GQVĐ cho HS, nâng cao chất lượng dạy học bộ môn Toán.

8. Những đóng góp luận án

- Tổng quan một số vấn đề nghiên cứu trên thế giới và ở Việt Nam về sử dụng MTCT trong dạy học.

- Làm rõ được vai trò của MTCT để làm cơ sở khoa học cho việc triển khai ứng dụng rộng rãi MTCT trong dạy học môn Toán ở trường THPT.

- Phân tích những lợi ích và thách thức; nguyên nhân ảnh hưởng đến hiệu quả việc sử dụng MTCT trong việc nâng cao năng lực GQVĐ toán học cho HS THPT.

- Một số tình huống khám phá trong dạy học Toán ở trường THPT với sự hỗ trợ của MTCT nhằm bồi dưỡng năng lực GQVĐ cho HS.

9. Bố cục của luận án

Ngoài phần mở đầu và danh mục tham khảo, luận án gồm bốn chương:

Chương 1. Cơ sở lí luận

Chương 2. Thực trạng dạy học môn toán trung học phổ thông với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay

Chương 3. Xây dựng và sử dụng một số tình huống khám phá trong dạy học toán trung học phổ thông với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay

Chương 4. Thực nghiệm sư phạm.

Chương 1

CƠ SỞ LÝ LUẬN

1.1. Tổng quan một số kết quả nghiên cứu về dạy học khám phá

1.1.1. Một số kết quả nghiên cứu nước ngoài

Học tập khám phá (Discovery Learning) là một hình thức học tích cực bắt đầu bằng cách đặt ra các câu hỏi, vấn đề hoặc tình huống và được coi là một cách tiếp cận giáo dục dựa trên kiến tạo. Lý luận về học khám phá được hình thành và phát triển dựa trên các tư tưởng, nghiên cứu của các nhà lý thuyết và tâm lý học Jean Piaget, Jerome Bruner, Seymour Papert (theo [76]), trong đó Jerome Bruner được coi là một trong những người có công đầu tiên nghiên cứu, áp dụng phương pháp học tập khám phá vào những năm 1960 [102]. Bruner [78], lập luận rằng "Thực hành khám phá bản thân, dạy người ta thu nhận thông tin theo cách làm cho thông tin đó trở nên khả thi hơn trong việc giải quyết vấn đề".

Nghĩa của việc học khám phá có thể bao hàm nhiều kỹ thuật giảng dạy khác nhau. Theo một đánh giá phân tích tổng hợp được thực hiện bởi Alfieri, Brooks, Aldrich và Tenenbaum [75], một nhiệm vụ học tập khám phá có thể bao gồm từ phát hiện mô hình tiềm ẩn, đến gợi ý giải thích và làm việc thông qua hướng dẫn để tiến hành mô phỏng. Học tập khám phá có thể xảy ra bất cứ khi nào học sinh không được cung cấp câu trả lời chính xác mà thay vào đó là các tài liệu để tự tìm ra câu trả lời. Học tập khám phá diễn ra trong các tình huống giải quyết vấn đề, trong đó người học tương tác với môi trường của học tập bằng cách khám phá và thao tác trên các đối tượng, tìm hiểu các câu hỏi và thảo luận, hoặc thực hiện các thí nghiệm, đồng thời rút ra kinh nghiệm và kiến thức có sẵn của bản thân. Học tập dựa trên khám phá thường có đặc điểm là ít có sự hướng dẫn của GV, ít giải thích của GV hơn, giải quyết vấn đề với nhiều giải pháp, sử dụng tài liệu thực hành, ít lặp lại và ghi nhớ [110].

Hiện nay, các nghiên cứu về học tập khám phá thường tập trung vào một số xu hướng chủ yếu sau:

- *Xu hướng 1*: Nghiên cứu về vai trò của GV trong việc tổ chức học khám phá cho HS. Nhiều nghiên cứu cho rằng, một trong những yếu tố thành công quan trọng đối với việc học khám phá là nó phải có sự hỗ trợ của giáo viên. Bruner [78], cho rằng khám phá không thể xảy ra nếu không có một số kiến thức cơ bản. Mayer [103], cho rằng nên loại bỏ khám phá thuần túy không có trợ giúp do thiếu bằng chứng cho thấy nó cải thiện kết quả học tập. Học tập khám phá cũng có thể còn gây khó khăn cho người học [97]. Do đó, vai trò của giáo viên trong việc học khám phá là rất quan trọng đối với sự thành công của kết quả học tập. Học sinh phải xây dựng kiến thức nền tảng thông qua các ví dụ, thực hành và phản hồi. Điều này có thể cung cấp nền tảng cho học sinh tích hợp thông tin bổ sung và xây dựng dựa trên kỹ năng giải quyết vấn đề và tư duy phản biện.

- *Xu hướng 2*: Nghiên cứu về những lợi ích của học tập khám phá. Những nghiên cứu theo xu hướng này tập trung vào khẳng định về những ưu điểm, lợi ích của học tập khám phá so với những phương pháp, kỹ thuật học tập khác. Dorier và Garcia [88], cho rằng kết quả của việc học tập dựa trên khám phá là sự phát triển của trí óc ham học hỏi và tiềm năng học tập suốt đời, Carroll và Beman [82], khẳng định học tập khám phá thúc đẩy sự khám phá của học sinh và hợp tác với giáo viên và bạn bè để giải quyết vấn đề. Trẻ em cũng có thể tự tìm hiểu và tham gia tích cực vào quá trình học tập giúp tạo động lực cho học sinh. Những nghiên cứu của Geoffrey Petty [43], Saeed Khan, Shaukat Hussain, Riasat Ali [96], Neil Postman và Weingartner Charles [112] đều khẳng định lợi ích của học tập khám phá đem lại cho người học vượt xa các hạn chế của nó.

- *Xu hướng 3*: Nghiên cứu về mức độ khám phá. Theo xu hướng này, các nhà nghiên cứu đã tập trung vào các dạng khám phá, mức độ và mô hình khám phá. Khi nghiên cứu về tự khám phá và khám phá có hướng dẫn, Bruner [78] cho rằng, học sinh có nhiều khả năng ghi nhớ các khái niệm hơn nếu họ tự khám phá chúng thay vì được dạy trực tiếp. Một số nghiên cứu như Wilson Jenny và Jan Wing Leslie [90], Yazmins Rivera [119],... cho rằng có những lợi ích cho cả hướng dẫn trực tiếp và khám phá được hỗ trợ, do đó việc tìm ra sự cân bằng giữa hai cách giảng dạy này sẽ dẫn đến kết quả học tập tốt nhất cho học sinh

- *Xu hướng 4*: Nghiên cứu học tập khám phá trong giáo dục nhu cầu đặc biệt (giáo dục trẻ khuyết tật, trẻ có khả năng đặc biệt). Fuchs và các cộng sự [111], cho rằng sự can thiệp hiệu quả cho học sinh khuyết tật về toán học đòi hỏi phải có một hình thức rõ ràng, bài bản về hướng dẫn. Các nghiên cứu của David Koert [74], Monroe [102],... đã tập trung về học tập khám phá cho các đối tượng HS các cấp học (mầm non, tiểu học, trung học, đại học), cho các môn học (bao gồm cả khoa học tự nhiên, khoa học xã hội, ngôn ngữ,...).

- *Xu hướng 5*: Nghiên cứu học tập khám phá với sự hỗ trợ của CNTT. Theo Nguyễn Thị Hồng Chi [7], việc nghiên cứu tổ chức học tập khám phá với sự hỗ trợ của CNTT như một hướng để nâng cao hiệu quả dạy học cũng được quan tâm nhiều hơn trong thời gian gần đây. Có thể kể đến công trình của các tác giả Mara Alagic, Catherine Yeotis, Glyn Rimmington, Jakes và Knodle [89], Krajcik, Blumenfeld, Marx, Soloway [99], Rubin [105],... Trong đó, các tác giả đã đề cập đến việc sử dụng các thành tựu của khoa học công nghệ, đặc biệt là vấn đề tìm kiếm, thu thập thông tin trên mạng internet để nâng cao hiệu quả học tập khám phá. Tuy nhiên, các nghiên cứu nghiêng về trình bày sự hữu ích của CNTT, chưa thực sự chỉ ra cách sử dụng các thành tựu đó như thế nào để hỗ trợ việc học tập khám phá trong lớp học.

1.1.2. Một số kết quả nghiên cứu ở Việt Nam

a) Về dạy học khám phá:

Dạy học khám phá ở Việt Nam được nhiều nhà nghiên cứu quan tâm như Nguyễn Hữu Châu, Đặng Thành Hưng, Phan Trọng Ngọ,... và được phát triển ở các cấp độ nghiên cứu khác nhau, từ những vấn đề liên quan phương pháp luận, phương pháp, kỹ thuật dạy học đến những mô hình dạy học cụ thể. Trong đó, nội dung được đề cập nhiều đến bản chất của học tập khám phá, nhấn mạnh việc HS tự mình phát hiện ra tri thức mới thông qua điều tra, khảo sát, tìm tòi, làm thực nghiệm dưới sự tổ chức, hướng dẫn, điều khiển của GV.

Có thể thấy, vấn đề khám phá trong học tập đã được các tác giả quan tâm, nghiên cứu, vận dụng ở nhiều cấp độ và phương diện khác nhau (dẫn theo [7]):

- *Nghiên cứu ở cấp độ phương pháp luận:*

Phân tích cơ sở triết học, cơ sở tâm lý học và giáo dục học của lý thuyết kiến tạo, Nguyễn Hữu Châu, Cao Thị Hà [6] kết luận: Khác với những lý thuyết dạy học khác, lý thuyết kiến tạo quan niệm GV không phải là người cung cấp những tri thức sẵn có cho HS mà phải là người hướng dẫn để HS tự khám phá ra tri thức, thực hiện những nhiệm vụ học tập từ đó kiến tạo kiến thức cho bản thân. Nghiên cứu đã khẳng định DHKP là một trong những kiểu dạy học đặc thù của lý thuyết kiến tạo.

Đặng Thành Hưng [21], cho rằng cách tiếp cận kiến tạo trong học tập, dạy học góp phần phát triển một hệ các phương pháp dạy học thể hiện nhiều ưu điểm mà hiện nay giáo dục thế giới thừa nhận, trong đó có các kiểu phương pháp kiến tạo - tìm tòi thực nghiệm, nghiên cứu điều tra,...

Nghiên cứu của Phan Trọng Ngọ [40], [41] đã trình bày lý thuyết kiến tạo nhận thức của Piaget và mô hình dạy học dựa vào sự học tập khám phá của Bruner. Tác giả khẳng định: Ngày nay nhiều nhà sư phạm ủng hộ mô hình dạy học này, vì nó phù hợp với cách con người học và phát triển.

- Nghiên cứu dạy học khám phá ở cấp độ phương pháp dạy học:

Khi nghiên cứu DHKP ở cấp độ phương pháp dạy học, các tác giả đã đề cập đến mô hình DHKP. Cụ thể:

Về các hoạt động khám phá, Trần Bá Hoành [19] đã hệ thống lại hai mô hình dạy học theo Pavlov và Skinner, từ đó đưa ra các luận điểm về dạy học bằng các hoạt động khám phá có hướng dẫn.

Về chức năng và những ứng dụng phương pháp dạy học, Đặng Thành Hưng [20] đã trình bày, đề cập đến kiểu phương pháp dạy học kiến tạo với các mô hình phổ biến của nó.

Về những đặc trưng cơ bản, lợi ích và điều kiện thực hiện khám phá, Trần Thúc Trình [60] nêu rõ đặc trưng của thuật ngữ "khai phá", "tìm tòi", "khám phá".

Về những mô hình cụ thể của DHKP, Phó Đức Hòa [17] đưa ra quan điểm về các dạng khám phá theo thuyết kiến tạo trong dạy học ở tiểu học. Tác giả cho rằng: Dưới góc độ lí luận dạy học hiện đại ngày nay, DHKP là kiểu dạy học tích cực bao gồm nhiều phương pháp khác nhau: Khám phá quy nạp, khám phá diễn dịch, dạy học phát hiện, giải quyết vấn đề và DHKP dự án.

- Nghiên cứu dạy học khám phá ở cấp độ kĩ thuật dạy học:

Trong các nghiên cứu của Nguyễn Phú Lộc, Lê Võ Bình, Nguyễn Văn Hiến, Nguyễn Tuyết Nga, Nguyễn Thị Lan Anh,..., các tác giả phân tích về tổ chức hoạt động khám phá cho các đối tượng HS khác nhau, môn học khác nhau, biện pháp thực hiện khác nhau và đều thống nhất khẳng định ưu điểm của học tập khám phá, sự phù hợp và cần thiết áp dụng trong nhà trường.

b) Về thiết kế, sử dụng các THDH:

Trong các công trình khoa học, nghiên cứu về DHKP, các tác giả Trần Bá Hoành, Phan Trọng Ngọ, Nguyễn Hữu Châu, Lê Võ Bình,... khẳng định nếu GV biết *tạo ra các tình huống phù hợp* với trình độ nhận thức của HS để trên cơ sở kiến thức đã có, HS khảo sát, tìm tòi phát hiện kiến thức mới thì

việc học tập khám phá sẽ mang lại kết quả tốt hơn so với nhiều hình thức học tập khác. Trong đó, nhiều nhà nghiên cứu quan tâm đến việc thiết kế và sử dụng các THDH khác nhau để giải quyết các vấn đề có liên quan trong dạy học toán. Cụ thể như:

- Nghiên cứu của Bùi Văn Nghị [35] đã sử dụng lý thuyết tình huống theo ý tưởng tạo ra tình huống sự phạm để HS điều chỉnh hoặc tự hình thành kiến thức.

- Nghiên cứu của Hoàng Lê Minh [32] đã đưa ra 3 tiêu chí của THDH hợp tác và quy trình 4 bước để thiết kế THDH hợp tác.

- Nghiên cứu của Trần Ngọc Lan [26] đã đưa ra các tình huống thường gặp trong dạy và học toán ở tiểu học giúp cho sinh viên, giảng viên thực hành xử lý và tự rút ra bài học, từ đó phát triển các kỹ năng dạy học toán.

- Nghiên cứu của Thái Duy Tuyên [67] đề cập đến dạy học tình huống và THDH, ở đó ông đưa ra khái niệm THDH và các yếu tố quan trọng của THDH.

Trong thời gian gần đây, một số tác giả của các luận án tiến sĩ khoa học giáo dục cũng đã đề cập đến THDH, một số công trình như (dẫn theo [31]):

- Trong luận án của Phạm Thị Thanh Tú [57] đã đề xuất 3 biện pháp sự phạm để *rèn luyện cho sinh viên sự phạm kỹ năng thiết kế và tổ chức các tình huống dạy học toán ở tiểu học* theo hướng tăng cường hoạt động tìm tòi, phát hiện kiến thức của HS lớp 3, 4, 5.

- Trong luận án của Nguyễn Tiến Trung [62] đã nghiên cứu vấn đề *thiết kế tình huống dạy học hình học ở trường THPT theo hướng giúp học sinh kiến tạo tri thức* đã đưa ra quy trình thiết kế THDH theo hướng giúp HS kiến tạo tri thức.

- Trong luận án của Nguyễn Ngọc Giang [15] đã nghiên cứu, thiết kế và sử dụng sách giáo khoa điện tử trong dạy học phép biến hình trên mặt phẳng

theo hướng tổ chức các hoạt động khám phá, đã đưa ra các bước *tổ chức một bài học theo hướng khám phá* cho HS với sự hỗ trợ của CNTT.

- Trong luận án của Hà Xuân Thành [53] đã đưa ra những khái niệm *tình huống thực tiễn*, bài toán có tình huống thực tiễn, xây dựng một số biện pháp khai thác sử dụng các tình huống thực tiễn trong dạy học toán.

- Trong luận án của Đỗ Hoàng Mai [31] đã nghiên cứu "Thiết kế THDH hiệu quả môn toán ở tiểu học" đã đưa ra khái niệm về *THDH hiệu quả* và xây dựng một số biện pháp giúp GV thiết kế và sử dụng THDH hiệu quả môn toán ở tiểu học.

Ngoài ra, những năm gần đây việc ứng dụng CNTT trong dạy học toán ở các cấp học nhất là ở cấp THPT được nghiên cứu và triển khai ứng dụng. Nhiều tác giả với nhiều công trình nghiên cứu về xây dựng và sử dụng phần mềm hỗ trợ dạy học. Trong nghiên cứu của Đào Thái Lai [24] đã khẳng định CNTT có thể giúp HS tự khám phá và GQVĐ.

Như vậy, qua một số kết quả nghiên cứu trên có thể thấy: DHKP và vấn đề thiết kế, sử dụng tình huống mang tính khám phá trong dạy học đã và đang thu hút sự quan tâm của nhiều tác giả. Mặc dù, mỗi nghiên cứu có thể xem xét DHKP theo các hướng khác nhau nhưng đều cố gắng để HS có thể hoạt động được nhiều nhất, coi trọng vai trò tổ chức, điều khiển của GV và vai trò của các hoạt động tương tác trong lớp học. Những nghiên cứu này cũng khẳng định: việc sử dụng DHKP với sự hỗ trợ của CNTT là một trong những hướng góp phần thực hiện đổi mới phương pháp dạy học ở nước ta và cần được tiếp tục quan tâm nghiên cứu. Từ các công trình đó, rút ra một số vấn đề sau:

- Một là, lý luận về DHKP và THDH đã được nhiều tác giả đề cập, tuy nhiên, chưa có công trình nghiên cứu nào đề cập đến thuật ngữ *tình huống khám phá, đặc điểm của tình huống khám phá* trong dạy học Toán.

- Hai là, việc ứng dụng CNTT được coi như một trong những công cụ đắc lực cho đổi mới phương pháp dạy học và đổi mới công tác quản lí, vì vậy,

nó đã được quan tâm và đẩy mạnh trong đó có việc sử dụng MTCT hỗ trợ hoạt động dạy và học Toán. Tuy nhiên, việc *sử dụng MTCT để hỗ trợ cho hoạt động khám phá trong học tập* ở HS chưa được đề cập trong những nghiên cứu gần đây.

- Ba là, chưa có công trình nào nghiên cứu một cách hệ thống về *dạy học khám phá môn Toán ở trung học phổ thông với sự hỗ trợ của MTCT*. Do đó, vấn đề nghiên cứu xây dựng và sử dụng tình huống khám phá trong dạy học Toán ở THPT với sự hỗ trợ của MTCT có ý nghĩa về lí luận và thực tiễn. Đây là nội dung chính mà luận án sẽ tiếp tục nghiên cứu làm sáng tỏ.

1.2. Tổng quan một số kết quả nghiên cứu về sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học

1.2.1. Một số kết quả nghiên cứu nước ngoài

Kể từ khi phát minh ra máy tính điện tử cách đây hơn 40 năm, công nghệ MTCT đã phát triển rất nhanh, từ MTCT đơn giản đến MTCT khoa học (scientific calculators) và máy tính đồ họa (graphics calculators). Những ưu điểm chính của MTCT là kích thước nhỏ, gọn, khả năng di động và khả năng tiếp cận dễ dàng, cũng như giá thành của một MTCT rẻ hơn chi phí mua máy tính để bàn hoặc máy tính xách tay [95].

Máy tính cầm tay là một công cụ để hỗ trợ khám phá toán học, giúp cho GV, HS giải quyết các vấn đề toán học bằng cách khai thác, sử dụng các chức năng sẵn có của MTCT, kết hợp với xây dựng các THDH thích hợp. Một số nghiên cứu ở nước ngoài ([84], [98], [104]) cho rằng: sự ra đời của MTCT đã ảnh hưởng đến việc giảng dạy và học Toán học một cách sâu sắc. Về lợi ích của việc sử dụng MTCT trong dạy học toán, một số nghiên cứu ([77], [80], [81], [83], [93]) đã ghi lại những lợi ích có thể phát sinh từ các chức năng toán học được cài đặt và sử dụng hợp lý MTCT trong quá trình dạy học, giúp cho GV đổi mới phương pháp dạy học, có tác động tích cực đến thái độ của

GV và HS trong quá trình giảng dạy, học tập, nâng cao hiệu quả của việc học toán.

- Một số nghiên cứu đã khẳng định MTCT có thể “làm giảm sự buồn tẻ” của việc áp dụng các phép toán số học và đại số khi các phép toán này không phải là trọng tâm của bài học; HS được dành nhiều thời gian hơn cho việc GQVĐ; kết quả trong thành tích học tập ở HS có thể được bắt nguồn từ việc sử dụng MTCT thích hợp ([84], [109]).

- Một số nghiên cứu cũng đã khẳng định MTCT có thể đóng vai trò quan trọng trong việc học toán học và có thể nâng cao kiến thức và kỹ năng của HS, nhất là trong việc hình thành, phát triển khái niệm, GQVĐ và kỹ năng tính toán ([114], [115]). Trong nghiên cứu của Robova [106] khẳng định “Sử dụng MTCT đồ họa trong dạy học toán mang lại các phương pháp làm việc mới, đặc biệt là khả năng dự đoán và mô hình hóa các vấn đề toán học và hỗ trợ đồ họa các kết quả thu được bằng các phép toán đại số”.

- Trong môi trường MTCT, các hoạt động dạy và học của GV, HS trở nên tích cực hơn. Trong nghiên cứu của Hembree và Dessart [93] đã chỉ ra rằng “HS sử dụng MTCT có thái độ học tập tốt hơn và khả năng tự học toán học tốt hơn so với những HS không sử dụng”. Trong nghiên cứu của Dunham và Dick [84] cũng khẳng định “MTCT có chức năng đồ họa có thể cho phép HS GQVĐ tốt hơn, tạo điều kiện cho những thay đổi trong vai trò của HS và GV, dẫn đến môi trường học tập tương tác và khám phá”.

Dunham và Dick [84] và một số nhà nghiên cứu khác cho rằng lợi ích khi HS sử dụng MTCT trong học tập:

- a) Đã thành công hơn trong các bài kiểm tra GQVĐ.
- b) Có cách tiếp cận linh hoạt hơn để GQVĐ.
- c) Sẵn sàng tham gia vào việc GQVĐ và ghi nhớ vấn đề lâu hơn
- d) Tập trung vào các vấn đề của toán học và không mất nhiều thời gian cho các biến đổi đại số.

e) Giải quyết được một số vấn đề khó tiếp cận bằng kỹ thuật đại số.

Về những thách thức của việc sử dụng MTCT trong dạy học cũng được một số nghiên cứu đề cập đến như: thách thức có thể phát sinh từ phương pháp sử dụng MTCT chưa phù hợp, lạm dụng trong sử dụng; thách thức phát sinh từ tình huống mà HS không được trang bị máy tính một cách đồng đều trong lớp học hay việc không được sử dụng thường xuyên trong thời gian dài cũng là một trở ngại của việc sử dụng MTCT trong dạy học. Ngoài ra, một số thách thức như: thiếu tài liệu giảng dạy, GV không được đào tạo, tập huấn sử dụng MTCT, việc chưa đầu tư thời gian để lập kế hoạch dạy học của GV cũng ảnh hưởng đến hiệu quả sử dụng MTCT.

1.2.2. Một số kết quả nghiên cứu ở Việt Nam

Ở Việt Nam, chưa có nhiều công trình nghiên cứu về sử dụng MTCT trong dạy học toán, chủ yếu là các hướng dẫn về sử dụng MTCT, một số tài liệu đề cập đến kỹ thuật sử dụng MTCT để giải toán. Một số tài liệu liên quan đến sử dụng MTCT trong dạy học như tài liệu chỉ đạo dạy học môn Toán ở cấp trung học của Bộ Giáo dục và Đào tạo [59], sách hướng dẫn sử dụng MTCT để giải toán của tác giả Tạ Duy Phụng, Phạm Thị Hồng Lý [47]; giáo trình “Rèn luyện nghiệp vụ sư phạm môn Toán” của nhóm tác giả Nguyễn Anh Tuấn, Nguyễn Danh Nam, Bùi Thị Hạnh Lâm, Phan Thị Phương Thảo [66], trong đó có đề cập đến dạy học Toán với máy tính bỏ túi. Trong nghiên cứu của Lê Thái Bảo Thiên Trung [63] đã chỉ ra, MTCT là một công cụ tính toán “mạnh và nhanh”, thay thế cho các bảng số, tạo thuận lợi cho sự tích hợp các nội dung mới vào chương trình toán phổ thông; MTCT là một công cụ sư phạm giúp xây dựng các THDH phù hợp với các đặc trưng của phương pháp dạy học tích cực; các THDH với MTCT dễ áp dụng đại trà vì sự phổ biến của MTCT hiện nay.

Như vậy, sự xuất hiện của MTCT đã có ảnh hưởng đến dạy và học toán, đến nay đã hơn 40 năm các quốc gia có nền giáo dục tiên tiến như

Mỹ, Úc, Canada, Anh... đã cho phép sử dụng MTCT trong các trường phổ thông và ngày càng được sử dụng rộng rãi trong nhà trường, cùng với sự thay đổi, cải tiến liên tục về công nghệ, MTCT ngày càng đáp ứng tốt hơn cho nhu cầu giảng dạy, học tập. Tuy vậy, trong quá trình tìm hiểu, nghiên cứu về sử dụng MTCT trong dạy học Toán, tác giả luận án nhận thấy cơ bản những nghiên cứu chỉ tập trung vào việc khẳng định về những lợi ích hay những thách thức mà MTCT có thể mang lại trong quá trình dạy học, hoặc vẫn “đề ngỏ” những nhận định về tác dụng của MTCT với việc dạy học toán mà chưa có nhiều nghiên cứu sâu về cách thức sử dụng MTCT như thế nào để đạt hiệu quả cao trong dạy học, những THDH được thiết kế như thế nào để sử dụng được MTCT với vai trò là một phương tiện giúp cho việc tìm tòi, khám phá và giải quyết các vấn đề toán học được thuận lợi, hiệu quả hơn.

1.3. Dạy học khám phá

1.3.1. Một số khái niệm cơ bản

Trong Từ điển Tiếng Việt [44]: Khám phá là tìm ra, phát hiện ra cái còn dấu, cái bí mật.

Theo Phạm Sỹ Nam [34]: Khám phá là quá trình hoạt động và tư duy, có thể bao gồm: Quan sát, phân tích, nhận định, đánh giá, nêu giả thuyết, suy luận... nhằm đưa ra các khái niệm, phát hiện ra những tính chất, quy luật... trong sự vật hiện tượng và mối liên hệ giữa chúng.

Thuật ngữ *dạy học khám phá* (Inquiry Teaching) hay còn gọi dạy học dựa trên sự khám phá (Inquiry - Based Teaching) được xuất hiện và sử dụng với tư cách là một phương pháp dạy học tích cực. Xung quanh phương pháp dạy học này hiện vẫn còn nhiều ý kiến tranh luận khác nhau về nội hàm khái niệm của nó cũng như việc sử dụng phương pháp này trong các nhà trường.

Theo Nguyễn Bá Kim [22], đưa ra khái niệm chung về khám phá và DHKP như sau:

- "Khám phá" là một quá trình có mục đích của việc chiếm lĩnh tri thức, GQVĐ.

- "Dạy học khám phá" là một quá trình, trong đó dưới vai trò định hướng của người dạy, người học chủ động việc học tập của bản thân, hình thành các câu hỏi đặt ra trong tư duy, mở rộng công việc nghiên cứu, tìm kiếm; từ đó xây dựng nên những hiểu biết và tri thức mới. Những kiến thức này giúp cho người học trả lời các câu hỏi, tìm kiếm các phương pháp khác nhau để GQVĐ, chứng minh một định lý hay một quan điểm.

Theo tác giả Lê Võ Bình [2], hoạt động khám phá là quá trình tư duy bao gồm quan sát, phân tích, đánh giá, nêu giả thuyết và suy luận nhằm phát hiện các khái niệm, những thuộc tính mang tính quy luật của đối tượng hoặc các mối liên hệ giữa các sự vật, hiện tượng mà chủ thể chưa từng biết trước đó.

Như vậy, qua các định nghĩa trên, trong luận án chúng tôi sử dụng quan niệm về khám phá, dạy học khám phá như sau:

“Khám phá là hoạt động có tính tích cực, chủ động của người học, bằng việc đặt ra những câu hỏi, thu thập, điều tra, phân tích dữ liệu... để tìm kiếm và lĩnh hội tri thức mới”;

“Dạy học khám phá là một quá trình, trong đó dưới vai trò định hướng của người dạy, người học chủ động việc học tập của bản thân, hình thành các câu hỏi đặt ra trong tư duy, mở rộng công việc nghiên cứu, tìm kiếm; từ đó xây dựng nên những hiểu biết và tri thức mới. Những kiến thức này giúp cho người học trả lời các câu hỏi, tìm kiếm các giải pháp khác nhau để giải quyết các vấn đề, chứng minh một định lý hay một quan điểm”.

1.3.2. Đặc trưng của dạy học khám phá

Trong nghiên cứu của Lê Võ Bình [2], cho rằng: DHKP với tư cách là một phương pháp dạy học có những đặc trưng cơ bản sau:

- DHKP trong nhà trường không phải nhằm phát hiện những điều mà loài người chưa biết, mà chỉ giúp HS chiếm lĩnh tri thức mà loài người đã phát hiện ra được.

- DHKP thường được thực hiện qua hàng loạt hoạt động, trong đó GV khéo léo đặt HS vào người phát hiện lại, khám phá lại những tri thức trong kho tàng tri thức của nhân loại thông qua những câu hỏi hoặc những yêu cầu hành động, mà HS giải đáp hoặc thực hiện được thì sẽ xuất hiện những con đường dẫn đến tri thức.

- Mục đích của DHKP không chỉ làm cho HS lĩnh hội sâu sắc những tri thức của môn học, mà quan trọng hơn là trang bị cho họ những thủ pháp suy nghĩ; những cách thức phát hiện và GQVĐ mang tính độc lập sáng tạo. Khác với khám phá trong nghiên cứu khoa học, khám phá trong học tập không phải là một quá trình tự phát mà là một quá trình có sự hướng dẫn của GV, trong đó GV khéo léo đặt HS vào địa vị người phát hiện lại, người khám phá lại những tri thức di sản văn hóa của loài người. Quyết định hiệu quả học tập là những gì HS làm chứ không phải GV làm.

- Thông qua việc khám phá nhờ các thực nghiệm cụ thể học trò bằng phương pháp quy nạp có thể khái quát hóa thành tổng quát và vận dụng kiến thức đã có để chứng minh bài toán.

- Trong DHKP, bản thân từng HS cũng như tập thể HS tham gia vào quá trình đánh giá kết quả học tập.

Đã có nhiều công trình khoa học nghiên cứu về phương pháp DHKP trong nước, có các tác giả: Trần Bá Hoành, Đào Tam - Lê Hiền Dương, Phan Trọng Ngọ, Nguyễn Hữu Châu, Lê Võ Bình,... Theo các tác giả nếu GV biết *tạo ra các tình huống phù hợp* với trình độ nhận thức của HS để trên cơ sở kiến thức đã có, HS khảo sát, tìm tòi phát hiện kiến thức mới thì việc học tập khám phá sẽ mang lại kết quả tốt hơn so với nhiều hình thức học tập khác.

1.3.3. Thể hiện của hoạt động khám phá trong học toán

Nghiên cứu của Lê Võ Bình [2], Bùi Văn Nghị [35] cho rằng các thể hiện của hoạt động khám phá trong học toán của HS bao gồm:

- Phát hiện những thuộc tính đặc trưng của khái niệm từ đó đề xuất và định nghĩa khái niệm trên cơ sở những hình ảnh trực quan, hình biểu diễn, những biểu tượng hoặc ngôn ngữ thể hiện,... Đây là kết quả có được trong hoạt động dạy học khái niệm khi GV không đưa ra định nghĩa khái niệm ngay từ đầu, mà qua việc giới thiệu những đối tượng thoả mãn điều kiện của khái niệm (có thể đưa thêm một vài đối tượng không thoả mãn đầy đủ các điều kiện của khái niệm). Trên cơ sở cho HS quan sát, phân tích nhằm phát hiện những thuộc tính đặc trưng của các đối tượng đang xét để tự phát biểu được một định nghĩa về khái niệm.

- Phát hiện, tìm kiếm, đề xuất được những định nghĩa khác tương đương với định nghĩa đã có về một khái niệm và có khả năng lựa chọn dạng định nghĩa thích hợp nhất với mục đích giải của bài toán liên quan đến một khái niệm.

- Phát hiện, đề xuất những giả thuyết, dự đoán các tính chất, đặc điểm của các sự kiện và mối quan hệ giữa các yếu tố toán học thông qua các hoạt động (quan sát, ước lượng, đo đạc, so sánh,...) trên các mô hình toán học và sử dụng các phương pháp tương tự, đặc biệt hoá, khái quát hoá. Khi dạy các định lí, GV không cung cấp ngay nội dung định lí mà tổ chức cho HS thông qua các hoạt động trí tuệ như: quan sát, ước lượng, đo đạc, so sánh,... trên các mô hình toán học, để từ đó đưa ra các dự đoán về các sự kiện hay các mối liên hệ, tính chất mà mục đích của bài học nhắm tới.

- Làm bộ lộ hoặc nảy sinh các mối liên hệ lôgic bên trong giữa các đối tượng của bài toán bằng cách đa dạng hoá các phương thức diễn đạt bài toán và lựa chọn phương thức hợp lí.

- Biến đổi bài toán đã cho theo hướng làm cho giả thiết và kết luận trở nên gần gũi hơn trong quá trình giải toán bằng cách phân tích có định hướng thông qua tổng hợp.

- Giải quyết nhiệm vụ đặt ra của bài toán bằng cách huy động và biết lựa chọn được những kiến thức liên quan.

- Phát hiện những tri thức toán học ẩn dấu trong các tình huống, các sự kiện, các bài toán mang tính thực tiễn và vận dụng chúng để GVĐĐ đặt ra. Việc vận dụng giải quyết các vấn đề thực tiễn là tăng cường khả năng sáng tạo cho HS, dẫn tới hình thành phẩm chất luôn muốn ứng dụng tri thức và phương pháp toán học để giải thích, phê phán và giải quyết những yêu cầu đặt ra trong cuộc sống, đây cũng là mục tiêu quan trọng của GDPT. Vì vậy, trong quá trình dạy học, GV cần phải khai thác một cách hợp lí các bài toán có nội dung thực tiễn để HS trên cơ sở nắm vững những kiến thức cơ bản thuộc chương trình GDPT, những kinh nghiệm hiểu biết để vận dụng nhằm giải quyết một cách có hiệu quả các yêu cầu đặt ra.

1.4. Tình huống khám phá trong dạy học

1.4.1. Tình huống dạy học

1.4.1.1. Quan niệm về tình huống

Theo Từ điển Tiếng Việt [69]: "Tình huống là sự diễn biến của tình hình về mặt cần phải đối phó".

Quan niệm về "tình huống" được xem xét từ những góc độ khác nhau:

Theo quan điểm triết học (dẫn theo [31]), tình huống được nghiên cứu như là một tổ hợp các mối quan hệ xã hội cụ thể, mà đến một thời điểm nhất định liên kết con người với môi trường, biến con người thành một chủ thể của một hoạt động có đối tượng nhằm đạt được một mục tiêu nhất định.

Về tâm lí học, tình huống được xem xét trên cơ sở quan hệ giữa chủ thể và khách thể, trong không gian và thời gian. "Tình huống là hệ thống các sự

kiện bên ngoài có quan hệ với chủ thể, có tác dụng thúc đẩy tính tích cực của người đó" (dẫn theo [57]).

Theo Nguyễn Bá Kim [23] thì tình huống được hiểu là một hệ thống phức tạp gồm chủ thể và khách thể, trong đó chủ thể có thể là con người còn khách thể lại là một hệ thống nào đó.

Theo Phạm Thị Thanh Tú [57], các yếu tố cấu thành tình huống bao gồm: *Hoàn cảnh* (tình trạng, văn cảnh, thời gian, không gian, địa điểm); *Đối tượng* (người, sự vật, sự kiện, hiện tượng); *Quan hệ* (lớn hơn, bé hơn, tỉ lệ, tỉ số %, song song, vuông góc,... giữa các số, các giá trị đại lượng hoặc các hình hình học,...); *Diễn biến* (yêu cầu phải thực hiện, câu hỏi phải trả lời, nhiệm vụ phải giải quyết, một vướng mắc phải đối phó,...).

Từ phân tích trên, tác giả sử dụng quan niệm: “*Tình huống được hiểu là một hệ thống các sự kiện bên ngoài có quan hệ với chủ thể, có tác dụng thúc đẩy tính tích cực của người đó*” để thống nhất với những nội dung được xây dựng trong luận án.

1.4.1.2. Tình huống dạy học

Theo Danilop, Xkatkin [10]: THDH là tổ hợp những mối quan hệ xã hội cụ thể được hình thành trong quá trình dạy học, khi mà người học đã trở thành chủ thể hoạt động của đối tượng nhận thức trong môi trường dạy học, nhằm một mục đích dạy học cụ thể. Mặt khác, THDH chính là trạng thái bên trong được sinh ra do sự tương tác giữa chủ thể với đối tượng nhận thức. Bản chất của THDH là đơn vị cấu trúc của bài lên lớp, chứa đựng mối liên hệ mục đích – nội dung – phương pháp theo chiều ngang tại một thời điểm nào đó với nội dung là một đơn vị kiến thức.

Theo Thái Duy Tuyên [67]: "THDH là khái niệm mô tả hoàn cảnh, điều kiện dạy học, cụ thể như: Thầy, trò, sách giáo khoa có gì đặc biệt? Mục đích, nội dung, phương pháp, phương tiện, môi trường dạy học như thế nào?". Như vậy, THDH được tạo nên bởi hai yếu tố cơ bản: con người và các thành tố của

quá trình dạy học. Trong đó yếu tố con người là thầy và trò, các thành tố của quá trình dạy học là thành phần cơ bản của THDH và gồm hai mặt quan hệ chặt chẽ với nhau là: nội dung và quá trình. Các THDH đều là các tình huống có vấn đề.

Theo Nguyễn Bá Kim [23]: "THDH là tình huống mà vai trò của GV được thể hiện tường minh với mục tiêu để HS học tập một tri thức nào đó". Trong đó, GV định hướng cho HS thông qua việc đưa ra các yêu cầu đòi hỏi HS GQVĐ, ở đó GV và HS là chủ thể còn khách thể là những vấn đề được GV đưa ra.

Theo Phan Trọng Ngọ [40] thì: "THDH là tình huống trong đó có sự ủy thác của người GV. Sự ủy thác này chính là quá trình người GV đưa ra những nội dung cần truyền thụ vào trong các sự kiện tình huống và cấu trúc các sự kiện tình huống sao cho phù hợp với logic sư phạm, để khi người học giải quyết nó sẽ đạt được mục tiêu dạy học".

Từ góc độ nghiên cứu tình huống trong dạy học Toán, trên cơ sở những quan niệm về THDH kể trên, tác giả luận án đồng quan điểm với Đỗ Hoàng Mai [31] xem THDH như một hệ thống gồm chủ thể (GV và HS) và khách thể (mục tiêu, nhiệm vụ, phương pháp dạy học, hoạt động của thầy và trò,...). Theo đó, *THDH là một tình huống được thiết kế theo dụng ý sư phạm của GV nhằm chuyển các nhiệm vụ học tập tới HS, khi HS giải quyết được các nhiệm vụ đó sẽ đạt được mục tiêu dạy học nhất định đề ra.*

1.4.2. Tình huống khám phá

1.4.2.1. Khái niệm tình huống khám phá

Trên cơ sở của DHKP, các quan niệm về THDH, đặc điểm và mối liên hệ của một số loại THDH, tác giả luận án đưa ra quan niệm về tình huống khám phá như sau:

Tình huống khám phá là THDH, làm cho HS hứng thú hoặc phải tạo ra hứng thú học tập ở HS, kích thích HS tư duy, suy nghĩ, có nhu cầu tìm hiểu

vấn đề chưa từng được biết trước đó. HS tự giác, chủ động và tích cực khám phá độc lập hoặc dưới sự hướng dẫn của GV để vượt qua trở ngại, đi đến kết quả theo mục tiêu dạy học nhất định.

Khám phá trong học tập không phải là một quá trình tự phát mà là một quá trình dưới định hướng có chủ đích của GV, HS tự giác, tích cực, chủ động để vượt qua được các trở ngại, trong đó có thể sử dụng đến các công cụ, phương tiện học tập hỗ trợ cho hoạt động của bản thân. Do đó, tác giả luận án quan niệm về tình huống khám phá trong dạy học toán với sự hỗ trợ của MTCT như sau: *Tình huống khám phá trong dạy học toán với sự hỗ trợ của MTCT là tình huống khám phá mà trong đó HS sử dụng MTCT hỗ trợ cho hoạt động tư duy của bản thân như: tính toán, phân tích, đánh giá, nêu giả thuyết và suy luận nhằm phát hiện các khái niệm, những thuộc tính mang tính quy luật của đối tượng hoặc các mối liên hệ giữa các sự vật, hiện tượng mà HS chưa từng biết trước đó.*

1.4.2.2. Đặc điểm của tình huống khám phá

Từ quan niệm về tình huống khám phá và các căn cứ nêu trên, chúng tôi cụ thể hóa đặc điểm và dấu hiệu của một tình huống khám phá trong dạy học Toán ở như sau:

Một tình huống khám phá trong dạy học cần thỏa mãn các yêu cầu:

(1) *Tình huống khám phá là những tình huống mở, có tính khái quát.*

Trong tình huống khám phá các vấn đề để ngỏ hoặc được hiểu theo nhiều nghĩa khác nhau, qua đó kích thích khả năng tư duy và rèn luyện kỹ năng tìm hiểu và GQVĐ ở HS, khi HS giải quyết tình huống này, vấn đề mấu chốt không phải là bản thân HS kết luận mà là cách thức đi đến kết luận đó.

(2) *Tình huống phải làm cho HS có hứng thú hoặc phải tạo ra hứng thú ở HS (hào hứng, tìm tòi, khám phá);* kích thích, làm cho HS có nhu cầu tìm hiểu khi được tiếp cận vấn đề đặt ra. Đồng thời tình huống phải chứa mâu

thuần về nhận thức, thúc đẩy nhu cầu nhận thức của HS: Đó là mâu thuẫn giữa cái đã biết và cái phải tìm. Khi mâu thuẫn khách quan chuyển thành mâu thuẫn chủ quan bên trong chủ thể thì sẽ gây ra nhu cầu nhận thức và kích thích HS tìm cách giải quyết mâu thuẫn.

(3) *Khêu gọi được hoạt động học tập* (tư duy, suy nghĩ, tự giác, chủ động, tích cực...) mà GV hướng đích trong quá trình HS tìm tòi, khám phá. Tính mục đích trong các tình huống khám phá là sau khi giải quyết xong tình huống HS phải vừa chiếm lĩnh được kiến thức vừa rèn luyện được một hoặc một số kỹ năng nào đó theo mục tiêu bài học.

(4) *Phù hợp với trình độ nhận thức của HS*, trên cơ sở kiến thức đã có HS tích cực, chủ động khảo sát, tìm tòi, phát hiện tri thức mới. Sự phù hợp với nhận thức của HS được hiểu là cái đã biết chứa đựng trong mỗi tình huống phải giúp HS thiết lập được mối quan hệ với cái chưa biết mới tạo điều kiện cho HS GQVĐ. Liều lượng cái đã biết phải vừa đủ thì mới không quá khó đối với HS. Mặt khác, cái đã biết không quá nhiều, nếu quá nhiều thì trở nên quá dễ không kích thích sự tìm tòi, khám phá của HS.

1.5. Phương tiện dạy học

1.5.1. Khái niệm về phương tiện dạy học

Theo Nguyễn Bá Kim [23], phương tiện dạy học được hiểu là những thiết bị có khả năng chứa đựng hoặc chuyển tải những thông tin về nội dung dạy học và về sự điều khiển quá trình dạy học. Theo đó, những mô hình, hình vẽ, sách, phiếu học tập, máy tính,... là những phương tiện dạy học.

Phương tiện dạy học (theo nghĩa rộng) là toàn bộ các yếu tố sử dụng vào trong quá trình dạy học nhằm tác động đến sự chuyển biến nội dung đạt được mục tiêu dạy học. Như vậy, theo nghĩa trên phương tiện dạy học bao gồm các yếu tố như các vật liệu dạy học, các công cụ dạy học, máy móc nguyên vật liệu,... Theo nghĩa hẹp, phương tiện dạy học là những đối tượng mang nội dung dạy học, được sử dụng trực tiếp vào quá trình dạy học để

chuyển biến nội dung, hướng đến mục tiêu dạy học. Do vậy, phương tiện dạy học là:

- Phương tiện chứa đựng hoặc truyền tải thông tin, bao gồm một tập hợp ký hiệu của một hoặc nhiều ngôn ngữ (ngôn ngữ viết, âm thanh, kí hiệu, hình ảnh,...) được trình bày và lưu trữ trên giá mang thông tin nhằm mục đích dạy học, truyền đạt nội dung thông tin từ đối tượng phát đến đối tượng thu (người học).
- Chứa đựng nội dung dạy học nhằm tác động đến đối tượng người học.

Đồng tình với các quan điểm trên, trong luận án này chúng tôi sử dụng quan niệm về phương tiện dạy học theo nghĩa là *tất cả những phương tiện có khả năng chứa đựng hay truyền tải thông tin về nội dung dạy học và về sự điều khiển quá trình dạy học, được sử dụng trực tiếp vào quá trình dạy học nhằm hỗ trợ giáo viên và HS tổ chức và tiến hành hợp lí, có hiệu quả quá trình dạy học.*

1.5.2. Vai trò và chức năng của phương tiện dạy học

Một trong những yêu cầu đối với Chương trình môn Toán trong Chương trình GDPT 2018 [4] đó là: giúp HS hình thành và phát triển năng lực toán học bao gồm các thành tố cốt lõi: năng lực tư duy và lập luận toán học; năng lực mô hình hoá toán học; năng lực GQVĐ toán học; năng lực giao tiếp toán học; năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán.

Ở cấp THPT, biểu hiện cụ thể của năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán thể hiện qua việc:

- Nhận biết được tác dụng, quy cách sử dụng, cách thức bảo quản các công cụ, phương tiện học toán (bảng tổng kết về các dạng hàm số, mô hình góc và cung lượng giác, mô hình các hình khối,...).
- Sử dụng được MTCT, phần mềm, phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng Internet để giải quyết một số vấn đề toán học

- Đánh giá được cách thức sử dụng các công cụ, phương tiện học toán trong tìm tòi, khám phá và GQVĐ toán học.

a) Vai trò của phương tiện dạy học:

Về vai trò của phương tiện dạy học, theo Nguyễn Bá Kim [23], phương tiện dạy học tạo điều kiện thuận lợi cho việc tổ chức hoạt động học tập. Chúng có thể tiếp nối, mở rộng giác quan của con người, hình thành những môi trường có dụng ý sư phạm, mô phỏng những hiện tượng, quá trình nguy hiểm hoặc vượt quá những sự hạn chế về thời gian, không gian và chi phí,...

Xét về phương thức tổ chức dạy học và đối tượng của quá trình dạy học, phương tiện dạy học có vai trò:

+ Vai trò của phương tiện với hoạt động dạy của GV: Các phương tiện dạy học thay thế cho sự vật, hiện tượng và các quá trình xảy ra trong thực tiễn mà GV, HS khó có thể tiếp cận trực tiếp được. Phương tiện dạy học giúp cho GV phát huy các giác quan của HS trong quá trình hướng dẫn, điều khiển, tổ chức dạy học, do đó giúp cho HS nhận biết được quan hệ giữa các hiện tượng và tái hiện được những khái niệm, quy luật làm cơ sở cho việc đúc rút kinh nghiệm và áp dụng kiến thức đã học vào thực tế.

+ Vai trò của phương tiện đối với hoạt động học của HS: Phương tiện giúp cho hoạt động học tập của HS trở nên thuận lợi, giúp cho hoạt động cá nhân hay sự tương tác giữa các HS hiệu quả hơn, với việc sử dụng phương tiện để tìm tòi, khám phá và GQVĐ HS sẽ tự tin hơn, có thái độ tích cực và thay đổi phương pháp học tập, phong cách làm việc mới.

Ngoài ra, phương tiện dạy học giữ vai trò quan trọng trong phương thức giáo dục từ xa (dạy học trực tuyến, dạy học e-learning,...) và trong giáo dục với các đối tượng đặc biệt (HS khuyết tật, khiếm thị, khiếm thính,...).

b) Chức năng của phương tiện dạy học:

Theo Nguyễn Việt Hải [16], xét trong mối quan hệ cơ bản của quá trình dạy học, chức năng của phương tiện dạy học gồm:

- *Chức năng trực quan*: trong dạy học không phải lúc nào cũng có thể thực hiện trực tiếp trên đối tượng, bằng phương tiện GV có thể cung cấp trực quan đến HS thông qua mô phỏng, mô hình, tranh ảnh, biểu đồ, đồ thị,... Khi đó phương tiện dạy học làm chức năng trình bày trực quan nội dung.

- *Chức năng điều khiển*: trong quá trình dạy học, trình bày nội dung luôn gắn với điều khiển HS hoạt động như khơi dậy tích tích cực, gây sự chú ý và tổ chức học tập của HS. GV có thể sử dụng phương tiện dạy học để thực hiện điều khiển HS phù hợp với mục đích dạy học.

- *Chức năng luyện tập, thí nghiệm*: một số phương tiện dạy học, HS tương tác trên phương tiện đó như làm thí nghiệm, luyện tập. Thông qua đó nắm vững tri thức, rèn luyện kỹ năng, kỹ xảo.

Xét trong các khâu của quá trình dạy học: quá trình dạy học được thực hiện qua các khâu, mỗi khâu đảm nhiệm một chức năng nhất định nhằm đạt tới mục tiêu dạy học. Phương tiện dạy học được sử dụng vào các khâu dạy học nhằm thực hiện các chức năng của các khâu đó. Do vậy, phương tiện dạy học có các chức năng sau:

- *Tạo động cơ*: trong mỗi hoạt động dạy học, GV thường bắt đầu bằng tạo động cơ học tập để nhằm gây sự chú ý và tạo động cơ học tập cho HS như khơi dậy những kiến thức, kinh nghiệm của HS, tạo tình huống có vấn đề, tạo mâu thuẫn trong nhận thức HS. Phương tiện dạy học làm chức năng này có thể là phim, ảnh, video,...

- *Tổ chức giải quyết các nhiệm vụ nhận thức*: mục tiêu dạy học phần lớn được triển khai thông qua khâu này. Phương tiện dạy học lúc này làm chức năng trực quan và điều khiển, luyện tập, thí nghiệm. Phương tiện dạy học sử dụng trong khâu này có thể là mô hình, hình ảnh, đồ họa, phiếu thông tin, phiếu học tập,...

- *Củng cố, hoàn thiện tri thức, vận dụng tri thức*: kiến thức, kỹ năng HS thu được ở trong khâu trước cần được củng cố, hoàn thiện và vận dụng.

Phương tiện dạy học cho khâu này thường là phiếu giao bài, hệ thống câu hỏi được thiết kế trên máy tính, biểu diễn trực quan qua thiết bị hình ảnh,...

- *Kiểm tra, đánh giá*: một số phương tiện có thể thực hiện kiểm tra, đánh giá mức độ nhận thức của HS như ghi lại toàn bộ thao tác bấm phím trên MTCT, phân tích, đánh giá kết quả trên máy vi tính với một phần mềm chuyên dụng,...

1.5.3. Một số hình thức sử dụng phương tiện trong dạy học

Với chức năng của phương tiện dạy học, theo đó phương tiện dạy học có thể được sử dụng ở một số hình thức sau:

(i) *GV thực hiện bài dạy kết hợp với sử dụng của phương tiện*: ở hình thức này, phương tiện dạy học được sử dụng để trình bày nội dung, chủ yếu thực hiện chức năng trực quan, chẳng hạn như máy tính, máy chiếu, phương tiện âm thanh, mô phỏng đồ họa, bảng số liệu, đồ thị,...

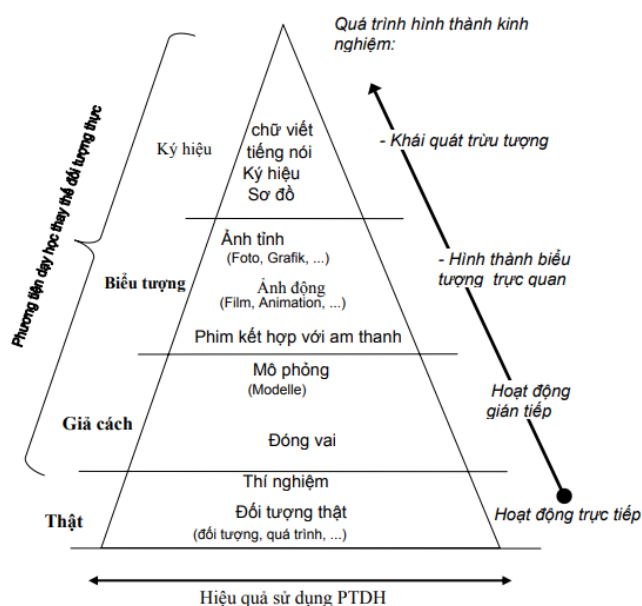
(ii) *HS làm việc trực tiếp với phương tiện dưới sự hướng dẫn và kiểm soát của GV*: ở hình thức này, phương tiện có chức năng điều khiển. HS được thao tác trực tiếp trên phương tiện và theo yêu cầu nội dung bài học, GV sử dụng phương tiện dạy học để thực hiện điều khiển HS phù hợp với mục đích dạy học, hình thức thường được sử dụng như phiếu học tập, phiếu giao nhiệm vụ cho HS.

(iii) *HS học tập độc lập với phương tiện thông qua một chương trình được thiết kế trước*: ở hình thức này, các nội dung dạy học được thiết kế thành một chương trình nhằm giúp HS tự học theo nội dung. Nội dung chương trình được lưu giữ trên giá mang thông tin (như đĩa CD, phần mềm được cài đặt, bài giảng e-learning...).

(iv) *Học bằng tài liệu điện tử*: ở hình thức này, phương tiện là sách, giáo trình trên giấy được chuyển thành dạng điện tử (sách điện tử). GV, HS tổ chức bài học trên tài liệu điện tử, kết hợp với phương tiện khác và được sử dụng bằng nhiều phương thức khác nhau, chẳng hạn sử dụng sách điện tử với

các phương tiện trình chiếu, âm thanh; HS có thể tra cứu tài liệu, học tập độc lập hoặc giao lưu trong nhóm, lớp qua hệ thống mạng nội bộ, mạng internet...

Phương tiện dạy học có thể được sử dụng ở nhiều hình thức dạy học khác nhau và được sử dụng kết hợp các phương tiện trong quá trình tổ chức dạy học. Để phát huy hiệu quả trong quá trình dạy học, khi nói đến vai trò và hiệu quả của phương tiện dạy học, Bruner (dẫn theo [52]) đã mô tả bằng sơ đồ sau đây:



Hình 1.1. Tháp hiệu quả sử dụng phương tiện dạy học
– quá trình hình thành kinh nghiệm

Hình trên được gọi là tháp hiệu quả sử dụng các loại phương tiện dạy học (tháp các mức độ trực quan của Dale). Trục đứng của tháp mô tả việc học bằng hành động kinh nghiệm đi từ hoạt động trực tiếp đến gián tiếp rồi hình thành biểu tượng đến khái quát trừu tượng, tức là đi từ cụ thể đến trừu tượng. Trục ngang mô tả sự lĩnh hội được của HS sau khi học bằng các phương tiện dạy học tương ứng. Theo tháp này, khi trình bày một vấn đề nên sử dụng vật thực là tốt nhất. Còn trình bày bằng lời hoặc ký hiệu thì mức độ thu nhận được ở HS là ít nhất. Sử dụng phương tiện ở nhóm ký hiệu khi HS đã có biểu tượng về các đối tượng đó. Do vậy khi dạy học cần kết hợp sử dụng các

phương tiện dạy học.

1.6. Máy tính cầm tay với vai trò là một phương tiện dạy học

1.6.1. Sơ lược về lịch sử máy tính cầm tay

Theo Hamrick, Kathy [92]: Bàn tính chính là tiền thân của MTCT ngày nay. Công cụ tính toán số học đầu tiên được biết đến là chiếc bàn tính (Abacus) được sử dụng bởi những người Sumer và người Ai Cập vào khoảng 2000 năm trước công nguyên. Sau đó, bàn tính được sử dụng rộng rãi ở các nước Châu Á, châu Phi và nhiều vùng lãnh thổ khác chủ yếu bởi các thương nhân. Cho đến ngày nay, vẫn còn khá nhiều người sử dụng loại bàn tính của người Trung Quốc. Năm 1642, nhà toán học Blaise Pascal (1623-1662) phát minh ra máy tính cơ học, thiết bị đầu tiên có thể thực hiện các phép tính cơ bản. Cho đến năm 1957, công ty máy tính điện tử Casio, Nhật Bản cho ra đời máy tính Model 14-A, đây là máy tính điện tử với thiết kế nhỏ gọn đầu tiên trên thế giới. Sau hơn 10 năm liên tục được cải tiến về công nghệ và kích thước, năm 1967, công ty máy tính Texas Instrument đã phát triển máy tính mang tên CalTech có khả năng thực hiện 4 phép tính cơ bản và ghi kết quả hiển thị trên một băng giấy. CalTech chính là chiếc MTCT đầu tiên trên thế giới với khả năng tính toán chính xác và đáng tin cậy. Đến năm 1971, sau khi Intel ra mắt mẫu chip xử lý thương mại đầu tiên là Intel 4004, những chiếc MTCT mới thực sự trở nên hữu dụng với khả năng tính toán tốt hơn, kích thước nhỏ hơn cũng như giá thành hợp lý hơn.

Từ giữa những năm 1980, với sự phát triển nhanh chóng của khoa học công nghệ cho phép các nhà sản xuất chế tạo máy tính khoa học giá rẻ. Các máy tính thông thường với các chức năng tính toán cơ bản chỉ có giá vào khoảng vài USD nhưng vẫn cho phép thực hiện các phép tính một cách chính xác và đáng tin cậy. Năm 1985, máy tính đầu tiên có khả năng vẽ đồ thị theo một hàm số cho trước là *Casio FX-7000G* được ra mắt.

Từ những năm 1990 đến nay, các MTCT luôn được các nhà sản xuất hiện đại hóa và cho ra đời những mẫu sản phẩm có tính chuyên môn hóa cao hơn để phù hợp với nhiều lĩnh vực.

Bước sang thế kỷ 21, ranh giới giữa máy tính đồ họa và máy vi tính tách tay ngày càng gần hơn. Các máy tính khoa học hiện đại như TI-89, Voyage 200 và HP-49G đều có thể tính toán được các hàm vi phân và tích phân, giải được các PT vi phân, xử lý các chuỗi ký tự và chạy phần mềm quản lý dữ liệu cá nhân. Một số MTCT còn được trang bị kết nối không dây và cổng hồng ngoại để giao tiếp với máy vi tính hay các máy tính khoa học khác.

Như vậy qua hơn 400 năm, từ chiếc máy đếm cơ học sơ khai của Pascal, trải qua hàng loạt cải tiến và nâng cấp về chương trình cũng như phần cứng, máy tính bỏ túi – máy tính cầm tay hiện nay chỉ chiếm một ngăn nhỏ trong chiếc cặp của HS mà trọng lượng chưa đến 200 gram, với nhiều chức năng không chỉ đơn giản là thực hiện các phép tính cộng, trừ, nhân, chia mà bên cạnh đó chúng còn có khả năng thực hiện những phép tính toán học phức tạp, thực hiện được nhiều phép biến đổi các hàm lượng giác, mũ và logarit, làm việc với các hằng số như pi (π) và e , tính toán với số phức hay phân số, giải PT, tính đạo hàm, tích phân, phân tích thống kê, xác suất hay ma trận...

1.6.2. Quan niệm về máy tính cầm tay sử dụng trong dạy học

a) Quan niệm về máy tính cầm tay:

Từ lịch sử hình thành của MTCT (theo Hamrick, Kathy [92]), tác giả luận án đưa ra quan niệm về MTCT như sau: *Máy tính cầm tay (còn gọi là máy tính bỏ túi) là một thiết bị điện tử nhỏ gọn, dễ di động (đủ nhỏ để cầm tay), có nguồn điện độc lập, được vận hành bằng cách nhấn các phím, màn hình số đơn sắc hoặc đa sắc, được dùng để thực hiện những phép tính toán học cơ bản và phức tạp.*

Trong giới hạn của luận án, MTCT được quan niệm ở trên có những đặc điểm sau:

+ Về thiết bị: *Bộ xử lý*: Có một chip vi xử lý đơn để giải các phép tính và thuật toán, bộ vi mạch thực hiện các phép tính toán học cơ bản và phức tạp; không có hệ điều hành; *Bàn phím đầu vào*: Bàn phím bao gồm các phím nhựa, màng cao su cũng như mạch cảm ứng bên dưới; *Màn hình đầu ra*: Màn hình tinh thể lỏng để hiển thị các chữ số nhập vào và đầu ra được tính toán; *Nguồn điện*: Pin có tuổi thọ cao, chủ yếu là pin nút nhỏ.

+ Về chức năng: Thực hiện các phép tính số học, các phép biến đổi hàm lượng giác, mũ và logarit; tính toán với số phức hay phân số, giải PT, bất PT, tính đạo hàm, tích phân, phân tích thống kê, xác suất,... Có khả năng lưu trữ dữ liệu ngắn hạn trong bộ nhớ, đồng thời có thể gán dữ liệu vào các biến và truy xuất ra khi tính toán.

b) Các loại MTCT được sử dụng trong luận án:

Để phù hợp với thực tiễn dạy học ở các trường THPT, quá trình thực hiện đề tài luận án chúng tôi đã căn cứ vào quy định của Bộ GD&ĐT về những MTCT được phép mang vào phòng thi, đó là:

- 1- MTCT không có chức năng soạn thảo văn bản, không có thẻ nhớ.
- 2- MTCT không có chức năng gửi, nhận thông tin, ghi âm, ghi hình.

Dưới đây là những MTCT khoa học thông thường, được sử dụng trong luận án:



Casio fx-570MS



Casio fx-570ES



Casio fx-580VN



Vinacal fx-680EX

Hình 1.2. Một số máy tính cầm tay khoa học

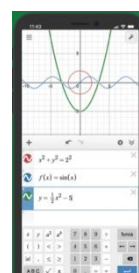
Tuy nhiên, để phục vụ cho hoạt động dạy học, hướng đến xu thế dạy học với MTCT đồ họa ở nhiều quốc gia có nền giáo dục phát triển (Mĩ, Úc, Đức, Anh,...), quá trình thực hiện đề tài có sử dụng ở một số nội dung trên MTCT có chức năng đồ họa hoặc dưới dạng một tính năng trên điện thoại di động.



Casio fx-9860GII



NCalc fx-ES trên điện thoại



Graphing Calculator trên điện thoại

Hình 1.3. MTCT đồ họa và chức năng Graphing Calculator trên điện thoại

Trong luận án này, các thao tác chúng tôi đều tiến hành thực hiện trên MTCT khoa học và sẽ không trình bày lại cách sử dụng MTCT mà ngầm hiểu rằng người tham gia nghiên cứu đã biết những kỹ năng cơ bản tối thiểu để sử dụng MTCT. Khi nói dùng MTCT mà không giải thích gì thêm thì ngầm hiểu là thao tác trên MTCT khoa học với hai dòng máy ES và MS. Một số ví dụ minh họa được lấy theo các tài liệu [8], [12], [49].

1.6.3. Vai trò và chức năng của máy tính cầm tay trong dạy học toán

a) Vai trò của máy tính cầm tay trong dạy học toán

Trên phương diện là phương tiện dạy học, MTCT có các vai trò sau trong dạy học toán phổ thông:

(i) *Máy tính cầm tay là công cụ để tính toán:* MTCT đáp ứng các nhu cầu tính toán phức tạp, trở thành công cụ làm việc dễ dàng cho mọi người. Công cụ tính toán sẽ hỗ trợ đắc lực cho việc tiếp cận và truyền đạt các kiến thức lý thuyết, giảng dạy lý thuyết gắn với thực hành tính toán, sẽ giúp HS không chỉ tiếp thu tốt các kiến thức khoa học một cách bản chất, mà còn tiếp

cận tốt hơn với các phương pháp giảng dạy và công cụ tính toán hiện đại. Các thuật toán và các quy trình thao tác trên MTCT có thể coi là bước tập dượt ban đầu để HS dần quen với kỹ thuật lập trình trên máy tính cá nhân.

(ii) *Máy tính cầm tay là một công cụ trực quan hóa dữ liệu*: Trực quan hóa dữ liệu là quá trình lấy các dữ liệu và tạo ra các biểu diễn trực quan của thông tin. Điều này có nghĩa là mô tả như biểu đồ, đồ thị hoặc bảng để phân tích và phân tích tập dữ liệu tốt hơn. Với nhiều tính năng như biểu diễn số, đồ thị, đồ họa, hình học, biểu diễn số liệu thống kê, lập bảng giá trị,... MTCT giúp HS trực quan vấn đề tốt hơn để khám phá toán học, kiểm nghiệm giả thuyết và tìm ra các cách khác nhau khi GQVĐ, quá đó HS tích cực học tập, tự khám phá chủ đề, nội dung toán học, làm việc nhóm và đưa ra ý tưởng, giải pháp riêng.

(iii) *Máy tính cầm tay là một công cụ để kiểm tra*: Với sự trợ giúp của MTCT, GV có điều kiện kiểm soát việc tính toán của HS. Sử dụng một số chức năng của MTCT, GV có điều kiện tốt hơn để nhận định, đánh giá về kỹ năng tính toán, khả năng tập trung chú ý, khả năng suy luận logic của HS. Với khả năng lưu trữ và xử lý dữ liệu nhanh, MTCT có thể lưu lại quá trình thực hiện của HS, từ đó GV có thể kiểm soát, đánh giá và có những định hướng đúng đắn trong quá trình học tập của từng HS.

b) Chức năng của MTCT trong dạy học toán phổ thông

Với vai trò là một phương tiện dạy học trong dạy học toán THPT, MTCT cũng có những chức năng sau:

- *Chức năng kiến tạo tri thức*: Nhiều người lo ngại MTCT HS không có sự gắn kết giữa hình tượng tính toán trong não với thực hiện tính toán trên máy tính, một số bước trung gian được máy tính thực hiện do đó làm mất cảm giác thuật toán. Tuy nhiên, các nghiên cứu của Robova [106], Hembree và Dessart [93] đều khẳng định “HS sử dụng MTCT có thái độ học tập tốt hơn và khả năng tự học toán học tốt hơn so với những HS không sử dụng”. Do đó,

dạy học toán với sự hỗ trợ của máy tính đã cho phép GV tạo môi trường để phát triển khả năng suy luận toán học và tư duy logic, đặc biệt là năng lực quan sát, mô tả, phân tích, so sánh cho HS. HS sử dụng máy tính để tạo ra các đối tượng toán học sau đó tìm tòi khám phá các thuộc tính ẩn chứa bên trong đối tượng đó. Chính từ quá trình mò mẫm, dự đoán HS đi đến khái quát hoá, tổng quát hoá và sử dụng lập luận logic để làm sáng tỏ vấn đề.

- *Chức năng rèn luyện kỹ năng, củng cố, ôn tập kiến thức:* Ngày nay các MTCT rất phong phú, đa dạng, trong đó có rất nhiều máy tính khoa học được cài đặt nhiều chức năng toán học, như MTCT có chức năng đồ họa có thể khai thác để rèn luyện kỹ năng thực hành cho HS. Chẳng hạn, với chức năng bảng (Table) MTCT có thể giúp cho HS rèn luyện, củng cố kỹ năng về đọc, phân tích dữ liệu của bài toán thay cho việc phải tính toán nhiều lần với giấy, bút; với chức năng đồ thị (Graph), GV có thể tạo ra các hoạt động củng cố kiến thức cho HS như việc thay đổi các tham số trong PT hàm số để HS củng cố, nắm vững hơn về hình dáng của đồ thị hàm số trong trường hợp tổng quát và những trường hợp riêng.

- *Chức năng kích thích hứng thú học tập:* Sử dụng MTCT để tạo ra những tình huống học tập, kích thích hứng thú, tạo động cơ cho HS. MTCT cho phép GV, HS tạo ra các mô hình, mô tả quá trình diễn biến của các đại lượng toán học hoặc tổ chức các thực nghiệm toán học. Bằng quan sát trực quan quá trình do máy tính đưa ra, HS nêu ra giả thuyết và sử dụng máy tính để kiểm tra giả thuyết. Đây là cơ sở cho HS sử dụng suy luận có lý để khẳng định hoặc bác bỏ giả thuyết ở bước tiếp theo. Vấn đề này rất khó thực hiện nếu chỉ sử dụng các phương tiện đồ dùng dạy học truyền thống. Trong quá trình học tập, HS đã tiến hành hàng loạt các hoạt động tìm hiểu, khám phá, phân tích và kiểm chứng các giả thuyết của mình, đây chính là quá trình đi tới lời giải đúng đắn cho bài toán. Qua các hoạt động này, HS sẽ hình thành, rèn luyện phương pháp học tập, phương pháp thực nghiệm toán học.

- *Chức năng tổ chức, điều khiển quá trình học tập*: Việc dạy học toán luôn luôn đòi hỏi cao vai trò mà đặc biệt là công sức và khả năng sư phạm của người GV. Tuy nhiên, vai trò của người GV trong điều kiện sử dụng MTCT cũng có những thay đổi so với truyền thống. Người GV phải là người hướng dẫn, hỗ trợ HS phát huy được hết khả năng của mình trong hoạt động học tập. GV là người tổ chức, điều khiển, tác động lên HS và đôi khi cả môi trường sử dụng MTCT, chẳng hạn: thiết kế, tạo ra các tình huống để HS hoạt động với MTCT; chỉ cho HS biết phải sử dụng máy tính như thế nào và giúp đỡ HS vượt qua các khó khăn mà các em gặp phải trong quá trình này; thiết kế các hoạt động dạy học theo ý đồ sư phạm để khi HS thực hiện sẽ tiếp cận và đạt được mục đích một cách nhanh chóng,...

- *Chức năng hợp lí hóa vai trò của thầy, trò*: Nghiên cứu của Dunham và Dick [84] khẳng định “Máy tính cầm tay có thể cho phép HS GQVĐ tốt hơn, tạo điều kiện cho những thay đổi trong vai trò của HS và GV, dẫn đến môi trường học tập tương tác và khám phá”. Sử dụng MTCT tạo điều kiện cho việc thực hiện phân hoá cao trong quá trình dạy học toán. Để thực hiện được sự phân hoá, GV phải nắm bắt được và xử lý kịp thời mọi diễn biến của hoạt động học tập của từng HS trong lớp. Công việc này rất khó thực hiện trong môi trường dạy học truyền thống, một GV đảm nhận việc lên lớp với nhiều HS. Sử dụng MTCT sẽ giúp cho GV trong một thời điểm nào đó, để đưa ra những hỗ trợ kịp thời khi HS gặp khó khăn với liều lượng thích hợp, đồng thời đưa ra những yêu cầu, nội dung công việc tùy thuộc vào mức độ nhận thức của mỗi HS.

Trong nghiên cứu của Robova [106], khẳng định “Sử dụng MTCT đồ họa trong dạy học toán mang lại các phương pháp làm việc mới, đặc biệt là khả năng dự đoán và mô hình hóa các vấn đề toán học và hỗ trợ đồ họa các kết quả thu được bằng các phép toán đại số”. Trong quá trình học tập với sự trợ giúp của các công cụ, phương tiện, HS có điều kiện phát triển năng lực

làm việc một cách khoa học, đức tính cần cù, chịu khó, khả năng độc lập, sáng tạo, tự chủ và kỷ luật cao. Việc tự đánh giá, kiểm tra kiến thức bản thân cũng giúp HS rèn luyện đức tính trung thực, cẩn thận, chính xác và kiên trì, khả năng quyết đoán.

1.7. Bồi dưỡng năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh thông qua hoạt động khám phá với sự hỗ trợ của MTCT

1.7.1. Khái niệm về năng lực

Có nhiều tài liệu đề cập đến khái niệm năng lực và có những định nghĩa khác nhau (dẫn theo [42, tr.19]): Trong từ điển Tiếng Việt [44], năng lực được xác định là *khả năng, điều kiện chủ quan hoặc tự nhiên sẵn có để thực hiện một hoạt động nào đó; phẩm chất tâm lí và sinh lí tạo cho con người khả năng hoàn thành một loại hoạt động nào đó với chất lượng cao.*

Theo Xavier Roegiers [73], năng lực là một khái niệm tích hợp ở chỗ nó bao hàm cả những nội dung, những hoạt động cần thực hiện và những tình huống trong đó diễn ra các hoạt động. Ông đưa ra định nghĩa “Năng lực là sự tích hợp các kĩ năng tác động một cách tự nhiên lên các nội dung trong một loại tình huống cho trước để GQVĐ do những tình huống đặt ra”.

Weinert [118] định nghĩa “Năng lực là những khả năng và kĩ xảo học được hoặc sẵn có của cá thể nhằm giải quyết các tình huống xác định, cũng như sự sẵn sàng về động cơ, xã hội và khả năng vận dụng các cách GQVĐ một cách có trách nhiệm và hiệu quả trong những tình huống linh hoạt”. Sau khi phân tích những định nghĩa về năng lực, ông kết luận: “Năng lực được giải thích như là hệ thống chuyên biệt các khả năng, sự thành thạo, hoặc các kĩ năng cần thiết để đạt được một mục đích nào đó”.

Nguyễn Văn Cường [9] cho rằng: “Năng lực là khả năng thực hiện có trách nhiệm và hiệu quả các hành động, giải quyết các nhiệm vụ, vấn đề trong những tình huống khác nhau thuộc các lĩnh vực nghề nghiệp, xã hội hay cá nhân trên cơ sở hiểu biết, kĩ năng, kĩ xảo và kinh nghiệm cũng như sự sẵn

sàng hành động”. Theo quan niệm này năng lực là khả năng kết hợp của các yếu tố tri thức, kĩ năng, kĩ xảo, kinh nghiệm, thái độ tích cực, tinh thần trách nhiệm để thực hiện hoàn thành các nhiệm vụ, vấn đề trong các tình huống thuộc các lĩnh vực nghề nghiệp, xã hội và cá nhân.

Theo OECD (dẫn theo [52]): “Năng lực là khả năng cá nhân đáp ứng yêu cầu phức hợp và thực hiện thành công nhiệm vụ trong bối cảnh cụ thể”. Khái niệm này hiện nay đang được dùng để đánh giá năng lực HS của các nước trên thế giới, trong đó có Việt Nam.

Theo Nguyễn Thị Kiều Oanh [42], với các cách diễn đạt khác nhau nhưng năng lực đều có một số đặc điểm chung. Phát triển năng lực cần dựa trên cơ sở phát triển các thành phần cấu thành năng lực (kiến thức, kĩ năng, thái độ,...). Trong đó, chủ thể phải được thực hành, huy động tổng hợp các thành phần trong các tình huống đa dạng, từ đó mà năng lực hình thành và phát triển.

Như vậy, tuy có nhiều quan niệm khác nhau về năng lực, nhưng cơ bản đều đưa ra một số thành tố cơ bản của năng lực như kiến thức, kĩ năng, thái độ, khả năng vận dụng kiến thức, kĩ năng vào giải quyết những vấn đề trong cuộc sống. Trong luận án, tác giả sử dụng cách định nghĩa năng lực trong Chương trình GDPT 2018 [4] đó là: *Năng lực là khả năng thực hiện thành công hoạt động trong một bối cảnh nhất định nhờ sự huy động tổng hợp các kiến thức, kĩ năng và các thuộc tính cá nhân khác như hứng thú, niềm tin, ý chí,... Năng lực của cá nhân được đánh giá qua phương thức và kết quả hoạt động của cá nhân đó khi giải quyết các vấn đề của cuộc sống.*

1.7.2. Năng lực giải quyết vấn đề

Tiếp cận GQVĐ từ góc độ năng lực GQVĐ (dẫn theo [68], tr.21): Ở nước ngoài có Polya, Schoenfeld, Tổ chức Pisa, Marshall... Ở trong nước Nguyễn Thị Lan Phương, Nguyễn Anh Tuấn, Từ Đức Thảo, Phan Anh Tài,

... nghiên cứu dạy học phát hiện và GQVĐ được xem như là một cách tiếp cận, mà mục tiêu của nó là hình thành cho HS năng lực GQVĐ.

Nguyễn Anh Tuấn [65], đưa ra quan niệm: “Năng lực phát hiện và GQVĐ của HS trong học toán là một tổ hợp năng lực bao gồm các kĩ năng (thao tác tư duy và hành động) trong hoạt động học tập nhằm phát hiện và giải quyết những nhiệm vụ của môn toán”. Và chỉ ra hai nhóm năng lực thành tố là: nhóm năng lực phát hiện vấn đề trong toán học và nhóm năng lực GQVĐ trong toán học.

Từ Đức Thảo [54], nghiên cứu về năng lực phát hiện và GQVĐ, vận dụng vào thực tiễn dạy học hình học ở trường THPT, cho rằng: “Năng lực phát hiện và GQVĐ của HS trong Hình học là một tổ hợp các năng lực thể hiện ở kĩ năng (thao tác tư duy và hành động) trong hoạt động học tập nhằm giải quyết có hiệu quả những nhiệm vụ của Hình học”.

Phan Anh Tài [50], cho rằng: “Năng lực GQVĐ của HS trong học toán là tổ hợp các năng lực được bộc lộ qua các hoạt động trong quá trình GQVĐ”.

Thịnh Thị Bạch Tuyết [68], quan niệm: “Năng lực GQVĐ của HS là khả năng huy động kiến thức, kĩ năng, kinh nghiệm và các phẩm chất cá nhân khác của HS để thực hiện hoạt động GQVĐ khi phải đối mặt với các vấn đề trong học toán mà ở đó con đường tìm ra lời giải không rõ ràng ngay lập tức”.

Chương trình đánh giá HS quốc tế của OECD đưa ra khái niệm (theo [71]): Năng lực GQVĐ là năng lực của một cá nhân để sử dụng các quá trình nhận thức để đối mặt và giải quyết các bối cảnh thực tế xuyên suốt các môn học ở đó còn đường tìm ra lời giải là không rõ ràng ngay tức thì và ở đó các lĩnh vực hiểu biết hay chương trình có thể áp dụng được không chỉ nằm trong một lĩnh vực toán, khoa học hay đọc.

Từ phân tích trên, trong luận án này tác giả sử dụng quan niệm: *Năng lực GQVĐ là tổ hợp các năng lực thể hiện ở các kỹ năng (thao tác tư duy và hoạt động) trong hoạt động học tập nhằm giải quyết có hiệu quả những nhiệm vụ của vấn đề.*

1.7.3. Các thành tố của năng lực giải quyết vấn đề

Tiếp cận quá trình GQVĐ trong dạy học toán, Thịnh Thị Bạch Tuyết [68] cho rằng năng lực GQVĐ được cấu thành bởi các thành tố sau: Năng lực hiểu vấn đề, năng lực phát hiện và triển khai giải pháp GQVĐ, năng lực trình bày giải pháp GQVĐ, năng lực phát hiện giải pháp khác để GQVĐ và năng lực phát hiện vấn đề mới.

Theo Chương trình GDPT 2018 [4], quan niệm năng lực GQVĐ gồm các năng lực thành phần với các biểu hiện cụ thể như sau:

Bảng 1.1: Biểu hiện năng lực GQVĐ của học sinh THPT

Năng lực thành phần	Biểu hiện của năng lực
1. Nhận ra ý tưởng mới	Biết xác định và làm rõ thông tin, ý tưởng mới và phức tạp từ các nguồn thông tin khác nhau; biết phân tích các nguồn thông tin độc lập để thấy được khuynh hướng và độ tin cậy của ý tưởng mới
2. Phát hiện và làm rõ vấn đề	Phân tích được tình huống trong học tập, trong cuộc sống; phát hiện và nêu được tình huống có vấn đề trong học tập, trong cuộc sống.
3. Hình thành và triển khai ý tưởng mới	Nêu được nhiều ý tưởng mới trong học tập và cuộc sống; suy nghĩ không theo lối mòn; tạo ra yếu tố mới dựa trên những ý tưởng khác nhau; hình thành và kết nối các ý tưởng; nghiên cứu để thay đổi giải pháp trước sự thay đổi của bối

Năng lực thành phần	Biểu hiện của năng lực
	cảnh; đánh giá rủi ro và có dự phòng.
4. Đề xuất, lựa chọn giải pháp	Biết thu thập và làm rõ các thông tin có liên quan đến vấn đề; biết đề xuất và phân tích được một số giải pháp giải quyết vấn đề; lựa chọn được giải pháp phù hợp nhất.
5. Thực hiện và đánh giá giải pháp giải quyết vấn đề	Biết thực hiện và đánh giá giải pháp giải quyết vấn đề; biết suy ngẫm về cách thức và tiến trình giải quyết vấn đề để điều chỉnh và vận dụng trong bối cảnh mới.
6. Tư duy độc lập	Biết đặt nhiều câu hỏi có giá trị, không dễ dàng chấp nhận thông tin một chiều; không thành kiến khi xem xét, đánh giá vấn đề; biết quan tâm tới các lập luận và minh chứng thuyết phục; sẵn sàng xem xét, đánh giá lại vấn đề

Mặc dù có một số cách phân tích những biểu hiện, năng lực thành phần của năng lực GQVĐ, tiếp cận quá trình GQVĐ trong dạy học toán, tác giả luận án đồng quan điểm với Phan Anh Tài [50] và Thịnh Thị Bạch Tuyết [68] cho rằng năng lực GQVĐ được cấu thành bởi các thành tố sau: Năng lực hiểu vấn đề, năng lực phát hiện và triển khai giải pháp GQVĐ, năng lực trình bày giải pháp GQVĐ, năng lực phát hiện giải pháp khác để GQVĐ và năng lực phát hiện vấn đề mới, đồng thời sử dụng tiêu chí và thang đánh giá năng lực GQVĐ để thực hiện đánh giá năng lực GQVĐ khi HS thực hiện hoạt động khám phá trong học tập với MTCT (*Phụ lục 2; Phụ lục 3*).

1.7.4. Bồi dưỡng năng lực giải quyết vấn đề toán học cho học sinh thông qua hoạt động khám phá với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay

Với cách tiếp cận MTCT là phương tiện được sử dụng để phân tích tình huống toán học, ngoài những chức năng thông thường như MTCT hỗ trợ tính toán (đại số, lượng giác, mũ, lôgarit,...), giải một số loại PT, hệ PT, bất PT, tính giới hạn, tính tích phân,... Khai thác các chức năng của MTCT, tác giả luận án đưa ra một số khả năng mà MTCT hỗ trợ HS nâng cao năng lực GQVĐ toán học với một số hoạt động khám phá, đó là:

• **Sử dụng MTCT để phát hiện và làm rõ vấn đề:**

Sử dụng MTCT để phân tích các dữ liệu của bài toán, trực quan hóa vấn đề, chuyển đổi biểu diễn của dữ liệu,... qua đó có thể hỗ trợ HS trong việc xác định và hiểu được vai trò của các thông tin, gắn kết các thông tin và các kiến thức đã biết từ đó HS nhận dạng và phát biểu được vấn đề.

Ví dụ 1.1. Khi giải PT $2(x^2 + 2) = 5\sqrt{x^3 + 1}$, thông thường sau khi xác định điều kiện của PT ($x \geq -1$), HS thực hiện khử căn thức bằng cách bình phương hai vế:

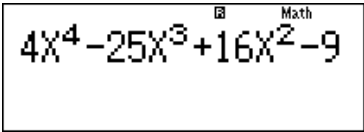
$$2(x^2 + 2) = 5\sqrt{x^3 + 1} \Leftrightarrow 4x^4 - 25x^3 + 16x^2 - 9 = 0 (*)$$

nhận được một PT bậc 4, nhận thấy PT (*) không có nghiệm nguyên, hoặc hữu tỷ để có thể hạ bậc được PT, HS có thể gặp khó khăn cho việc tiếp tục thực hiện GQVĐ.

Với MTCT có thể giúp cho HS *phát hiện và làm rõ vấn đề*, với cách thức sử dụng như sau:

- Đặt $f(x) = 4x^4 - 25x^3 + 16x^2 - 9$, thực hiện tính một số giá trị của $f(x)$ với chức năng TABLE trên MTCT, có được kết quả sau:

+ Nhập hàm số $f(x)$:



The image shows a digital calculator interface with a table function. The expression $4X^4 - 25X^3 + 16X^2 - 9$ is entered into the table. Above the expression, there are small icons for a square root and the word "Math".

+ Tính một số giá trị hàm số $f(x)$:

$\begin{array}{c c} \text{X} & \text{F(X)} \\ \hline 1 & 36 \\ 2 & -9 \\ 3 & -14 \end{array}$	Math
-1	

$\begin{array}{c c} \text{X} & \text{F(X)} \\ \hline 5 & -329 \\ 6 & -234 \\ 7 & 351 \end{array}$	Math
6	

+ Từ kết quả trên, phân tích nhận thấy: $f(-1).f(0) < 0$ và $f(5).f(6) < 0$ nên rút ra được nhận xét: PT (*) có nghiệm trong khoảng $(-1 ; 0)$ và khoảng $(5 ; 6)$. MTCT giúp cho HS *phát hiện* được PT có nghiệm trong khoảng $(-1 ; 0)$ và khoảng $(5 ; 6)$, tuy nhiên chưa giải quyết được yêu cầu bài toán.

+ Tiếp theo, tìm nghiệm gần đúng của PT (*) bằng chức năng SOLVE trên MTCT ta được:

$\begin{array}{l} 4X^4 - 25X^3 + 16X^2 - 9 \\ X = -0.541381265 \\ L-R = 0 \end{array}$	Math
$\begin{array}{l} 4X^4 - 25X^3 + 16X^2 - 9 \\ X = 5.541381265 \\ L-R = 8 \times 10^{-12} \end{array}$	Math

nghiệm $x_1 \approx -0,541381265$ và $x_2 \approx 5,541381265$

+ Đưa kết quả vào các ô nhớ và sử dụng MTCT, tính và cho kết quả:

$$x_1 + x_2 = 5 \quad x_1 \cdot x_2 = -3$$

Rút ra nhận xét: $f(x) = 4x^4 - 25x^3 + 16x^2 - 9$ chia hết cho $x^2 - 5x - 3$

+ Thực hiện chia $f(x) = 4x^4 - 25x^3 + 16x^2 - 9$ cho $x^2 - 5x - 3$, được:

$$4x^4 - 25x^3 + 16x^2 - 9 = 0 \Leftrightarrow (x^2 - 5x - 3)(4x^2 - 5x + 3) = 0$$

Đến đây, *vấn đề được làm rõ*: HS tìm nghiệm của PT bậc hai quen thuộc. Như vậy, với MTCT có thể giúp HS *phát hiện* và *làm rõ vấn đề* theo yêu cầu của bài toán.

• Sử dụng MTCT để hỗ trợ hình thành và triển khai ý tưởng mới:

MTCT có thể sử dụng để hỗ trợ HS trong việc hình thành và triển khai ý tưởng mới. MTCT có thể hỗ trợ HS thu thập và đánh giá thông tin, xác định cách thức GQVĐ. Chẳng hạn, với những vấn đề của bài toán đặt ra có khó khăn trong thực hiện bằng giải pháp thường dùng, HS có thể chuyển sang hướng tiếp cận khác phân tích các dữ liệu bằng MTCT, thử với những trường hợp riêng,... qua đó HS sử dụng các thông tin và kiến thức đã biết để rút ra

những kết luận và đưa ra những quyết định đi đến giải pháp GQVĐ bài toán đã đặt ra.

Ví dụ 1.2. Tìm giao điểm của đồ thị các hàm số sau:

$$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-1} \text{ và } g(x) = x-1 + \sqrt{x^2 - 2x}$$

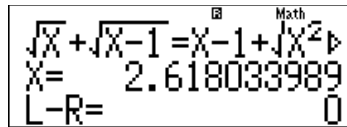
Để giải bài toán trên, thông thường HS thực hiện như sau:

Hoàn thành giao điểm của đồ thị $f(x)$ và $g(x)$ là nghiệm của PT:

$$\sqrt{x} + \sqrt{x-1} = x-1 + \sqrt{x^2 - 2x} \quad (*)$$

- Đến đây, HS tìm cách giải PT (*), tuy nhiên nếu sử dụng phép biến đổi thông thường sẽ dẫn đến một PT bậc cao, HS sẽ gặp khó khăn. Sử dụng MTCT, có thể hỗ trợ HS *hình thành và triển khai ý tưởng* mới như sau:

+ Với điều kiện $x \geq 2$: Tìm nghiệm gần đúng của PT (*) bằng chức năng SOLVE trên MTCT:



nhận được nghiệm $x \approx 2,618033989$, nhưng đây chưa phải là kết quả cuối cùng của bài toán (vì chưa khẳng định được PT (*) có nghiệm duy nhất).

+ Với $x \approx 2,618033989$ ta thay vào các giá trị căn thức:

$$\begin{cases} \sqrt{x} \approx 1,618033989 \\ \sqrt{x-1} \approx 1,27201965 \\ \sqrt{x^2 - 2x} \approx 1,27201965 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x} \approx x-1 \\ \sqrt{x-1} \approx \sqrt{x^2 - 2x} \end{cases}$$

+ Quan sát PT (*), rút ra nhận xét: với $x \approx 2,618033989$ thì thành phần thứ nhất và thứ hai của vế trái tương ứng xấp xỉ với thành phần thứ nhất và thứ hai của vế phải. Tuy nhiên, đến đây chưa rõ “*ý tưởng*” mới là gì?

+ Tiếp tục tính toán một số giá trị của $f(x)$ và $g(x)$ và phân tích những thông tin, nhận được như sau:

x	$f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x-1}$	$g(x) = x-1 + \sqrt{x^2 - 2x}$
-----	--------------------------------	--------------------------------

3	$f(3) = \sqrt{3} + \sqrt{2} = \sqrt{3} + \sqrt{(\sqrt{3})^2 - 1}$	$g(3) = 2 + \sqrt{3} = 2 + \sqrt{2^2 - 1}$
4	$f(4) = \sqrt{4} + \sqrt{3} = \sqrt{4} + \sqrt{(\sqrt{4})^2 - 1}$	$g(4) = 3 + \sqrt{8} = 3 + \sqrt{3^2 - 1}$
5	$f(5) = \sqrt{5} + \sqrt{4} = \sqrt{5} + \sqrt{(\sqrt{5})^2 - 1}$	$g(5) = 4 + \sqrt{15} = 4 + \sqrt{4^2 - 1}$
...	$\Rightarrow NX \text{ có dạng: } a + \sqrt{a^2 - 1}$	$\Rightarrow NX \text{ có dạng: } b + \sqrt{b^2 - 1}$

+ Từ kết quả trên, dẫn đến “ý tưởng”: Đặt $a = \sqrt{x}$; $b = x - 1$, ta có:

$$\begin{cases} a = \sqrt{x} \\ b = x - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = \sqrt{a^2 - 1} \\ x^2 - 2x = b^2 - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \sqrt{x-1} = \sqrt{a^2 - 1} \\ \sqrt{x^2 - 2x} = \sqrt{b^2 - 1} \end{cases}$$

Do đó, PT (*) được viết lại thành: $a + \sqrt{a^2 - 1} = b + \sqrt{b^2 - 1}$ (**)

+ Đến đây nhận thấy hai vế có cách biểu diễn giống nhau. Vì vậy có thể “triển khai ý tưởng” bằng cách xét hàm đặc trưng: $f(t) = t + \sqrt{t^2 - 1}$, với $t > 1$.

+ Ta có: $f'(t) = 1 + \frac{t}{\sqrt{t^2 - 1}} > 0$, $\forall t \in (1; +\infty)$. Do đó, $f(t)$ là hàm đồng

biến và liên tục trên $(1; +\infty)$. Vậy PT (**) $\Leftrightarrow f(a) = f(b) \Leftrightarrow a = b$

+ Với $a = b$, ta có $x - 1 = \sqrt{x} \Rightarrow x = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} \Rightarrow$ PT (*) có nghiệm duy

nhất. Từ đó, xác định được tọa độ giao điểm của đồ thị $y = f(x)$ và $y = g(x)$.

Như vậy, với MTCT giúp cho HS có được ý tưởng và triển khai ý tưởng mới với bài toán cụ thể trên.

• Sử dụng MTCT để hỗ trợ đề xuất, lựa chọn giải pháp GQVĐ:

Những thông tin thu nhận được trong tính toán, biểu diễn dữ liệu, mô hình hóa,... từ kết quả có được do thực hành trên MTCT giúp cho HS sắp xếp các thông tin và các kiến thức đã biết để lựa chọn, triển khai giải pháp (xây dựng kế hoạch và trình bày giải pháp).

Ví dụ 1.3. Khi giải PT:

$$1+x = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{2-x} + \sqrt{2-x} \cdot \sqrt{5-x} + \sqrt{5-x} \cdot \sqrt{1-x} \quad (1)$$

HS thường giải theo cách sau: Với điều kiện: $-1 \leq x \leq 1$

+ Đặt $a = \sqrt{1-x}$, $b = \sqrt{2-x}$, $c = \sqrt{5-x}$, với $a \geq 0$, $b \geq 0$, $c \geq 0$.

+ Ta được hệ PT:

$$\begin{cases} ab+bc+ca = 2-a^2 \\ ab+bc+ca = 3-b^2 \\ ab+bc+ca = 6-c^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a+b)(a+c) = 2 \\ (a+b)(b+c) = 3 \\ (a+c)(b+c) = 6 \end{cases} \Rightarrow [(a+b)(a+c)(b+c)]^2 = 36$$

$$\Rightarrow (a+b)(a+c)(b+c) = 6. \text{ Từ đó: } \begin{cases} a+b=1 \\ b+c=3 \\ c+a=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=1 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow x=1$$

Với sự hỗ trợ của MTBT, HS có thể lựa chọn giải pháp khác trên cơ sở phân tích, nghiên cứu các kết quả từ tính toán:

+ Điều kiện: $-1 \leq x \leq 1$.

+ Sử dụng MTCT, nghiên cứu tính chất của hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$, với $f(x)$ và $g(x)$ lần lượt là hai hàm số vế phải và vế trái của PT (1).

+ Lập bảng tính một số giá trị hàm $f(x)$, $g(x)$:

Math		Math	
x	F(x)	x	G(x)
-1	10.156	3	6.8125
-0.5	8.5168	4	4.9641
0	6.8125	5	2
			1
			-1

+ Rút ra nhận xét: với $-1 \leq x \leq 1$ (tại một số giá trị trong bảng), ta có $f(x)$ có giá trị giảm, $g(x)$ có giá trị tăng; đồng thời nhận thấy $f(1) = g(1) = 2$ (tức là PT (1) có nghiệm $x = 1$).

+ Có thể kiểm tra lại nghiệm này với chức năng SOLVE trên MTCT:

$$\begin{array}{l} 1+x=\sqrt{1-x} \sqrt{2-x}+\sqrt{2-x} \sqrt{5-x} \\ x= \\ L-R= \end{array} \quad \begin{array}{l} 1 \\ 0 \end{array}$$

+ Từ bảng giá trị, gợi ý cho việc chứng minh $f(x)$ là hàm số nghịch biến và $g(x)$ là hàm số đồng biến trong $[-1 ; 1]$. Do đó, $x = 1$ là nghiệm duy nhất.

Như vậy, với việc sử dụng MTCT giúp cho HS có *lựa chọn giải pháp GQVĐ* với cách giải sáng tạo, ngắn gọn như trên.

• **Sử dụng MTCT để hỗ trợ thực hiện và đánh giá giải pháp GQVĐ:**

MTCT có thể hỗ trợ HS thực hiện giải pháp GQVĐ bằng các chức năng đã được cài đặt trong máy hoặc thực hiện giải pháp GQVĐ bằng một quy trình do HS lập ra. Đồng thời, MTCT có thể giúp HS tối ưu hóa giải pháp bằng cách xem xét về cách thức và tiến trình giải quyết vấn đề để điều chỉnh và vận dụng trong bối cảnh mới.

Ví dụ 1.4. Với giá trị nào của $n \in \mathbb{N}$ thì: $1,01^{n-1} < (n - 1)$ và $1,01^n > n$.

Để giải bài toán trên, HS có thể thực hiện như sau:

Ta có: $1,01^{512} \approx 163,133 < 512$ và $1,01^{1024} \approx 26612,56 > 1024$. Như vậy, có $512 < n < 1024$. Thu hẹp khoảng cách chứa n bằng PP chia đôi:

+ Chia đôi đoạn $[512 ; 1024]$, ta có:

$$1,01^{\frac{512+1024}{2}} = 1,01^{768} = 2083,603... > 768.$$

$\Rightarrow 512 < n < 768$. Sau một số bước chia đôi như thế, ta đi đến:

$$650 < n < 652.$$

Cuối cùng, ta được:

$$1,01^{651} = 650,45... < 651 \text{ và } 1,01^{652} = 656,95... > 652.$$

Vậy: $n = 652$.

Tuy nhiên, HS hoàn toàn có thể giải bài toán trên thông qua quy trình bấm phím trên MTCT (sử dụng MTCT *Casio fx-570 MS*, với thuật toán: xét hiệu $1,01^A - A$, gán cho A các giá trị tự nhiên: 0, 1, 2,... dừng lại khi hiệu này chuyển từ (-) sang (+)):

- Gán cho ô nhớ $\boxed{A}$ giá trị tự nhiên đầu tiên:

$$0 \boxed{\text{SHIFT}} \boxed{\text{STO}} \boxed{A}$$

- Lập công thức tính hiệu $1,01^A - A$ và gán giá trị ô nhớ bởi số tự nhiên kế tiếp:

$$1,01 \wedge \boxed{\text{ANPHA}} \boxed{A} - \boxed{\text{ANPHA}} \boxed{A}$$

$$\boxed{:} \boxed{\text{ANPHA}} \boxed{A} \boxed{\text{ANPHA}} \boxed{=} \boxed{\text{ANPHA}} \boxed{A} \boxed{+} 1$$

- Lặp lại công thức trên bởi bấm dấu: $\boxed{=}$... $\boxed{=}$

Bài toán kết thúc khi chuyển từ $n = 651$ sang $n = 652$.

Nhận xét: Ở bài toán trên, việc sử dụng các ô nhớ trên MTCT và thực hiện gán giá trị vào ô nhớ, lấy kết quả tính toán được ở bước trước để thực hiện vòng lặp ở những bước tiếp theo thông qua quy trình bấm phím liên tục cho kết quả của bài toán, đó là bước tập dượt, làm quen với kỹ thuật lập trình trên máy tính. Giúp cho HS *đánh giá giải pháp GQVĐ* để nâng cao năng lực GQVĐ khi sử dụng MTCT hỗ trợ học toán.

• **Sử dụng MTCT để phát hiện vấn đề mới:**

Với sự hỗ trợ của MTCT, HS xem xét, kiểm nghiệm để đưa ra giải pháp mới và vấn đề mới trên cơ sở các thông tin có được từ GQVĐ.

Ví dụ 1.5. Khi giải bất PT sau: $2x^2 - 3x - 5 > 0$.

MTCT được sử dụng để giúp cho HS luyện tập, củng cố, đồng thời kiểm tra lại kết quả và đánh giá lại giải pháp GQVĐ, chẳng hạn:

+ Sử dụng chức năng giải bất PT bậc hai, kiểm tra lại kết quả vừa tìm:

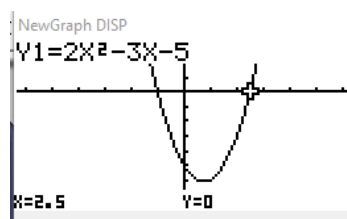
- Với bất PT $f(x) > 0$:

$\begin{matrix} a & b & c \\ \boxed{2} & \boxed{-3} & \boxed{-5} \\ aX^2 + bX + c > 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} X < A, B < X \\ X < -1, \frac{5}{2} < X \end{matrix}$
---	---

- Với bất PT $f(x) < 0$:

$\begin{matrix} a & b & c \\ \boxed{2} & \boxed{-3} & \boxed{-5} \\ aX^2 + bX + c < 0 \end{matrix}$	$\begin{matrix} A < X < B \\ -1 < X < \frac{5}{2} \end{matrix}$
---	---

+ Hoặc với MTCT đồ họa, HS có thể sử dụng minh họa bằng đồ thị $f(x)$, kết quả trực quan giúp cho việc đánh giá lại kết quả giải bất PT:



$f(x) > 0: \forall x \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$, (ứng với đồ thị nằm phía trên trục Ox)

$f(x) < 0: \forall x \in \left(-1; \frac{5}{2}\right)$, (ứng với đồ thị nằm phía dưới trục Ox)

Từ kết quả trên, giúp cho HS *nhận biết những vấn đề mới*, đồng thời có giải pháp để GQVĐ tương tự. Chẳng hạn, khi giải một số dạng bài tập sau:

Bài 1. Tìm những giá trị của tham số m , để $2x^2 - 3x > m$ có nghiệm?

Bài 2. Tìm những giá trị của tham số m , để $2x^2 - 3x + m = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 với $x_1 < -1$ và $x_2 > 5/2$.

1.8. Các mức độ của hoạt động khám phá với máy tính cầm tay

Căn cứ vào mức độ can thiệp của GV, sự chủ động, tính độc lập trong hoạt động của HS và mức độ sử dụng MTCT trong quá trình học của HS, chúng tôi đưa ra các mức độ của hoạt động khám phá, tóm tắt qua bảng sau:

Bảng 1.2. Các mức độ hoạt động khám phá với MTCT

Mức độ/Dạng KP	Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Sử dụng MTCT
1/ <i>Khám phá có hướng dẫn toàn phần</i>	Đưa ra tình huống hoặc những gợi ý, chỉ dẫn cần thiết để HS thực hiện.	HS thực hiện theo hướng dẫn của GV để giải quyết từng vấn đề hoặc lí giải cho kết quả đã được đặt ra.	HS sử dụng theo các nội dung được GV hướng dẫn
2/ <i>Khám phá có hướng dẫn một phần</i>	Đưa ra tình huống và đề nghị phương pháp giải, chỉ đưa ra những gợi ý khi HS gặp khó khăn.	HS chủ động tìm cách giải quyết vấn đề.	HS chủ động sử dụng hoặc khi có gợi ý của GV.
3/ <i>Khám phá tự do</i>	Đưa ra tình huống, nhiệm vụ học tập.	Xác định vấn đề trong tình huống, tìm lời giải	HS sử dụng trong toàn bộ hoặc một

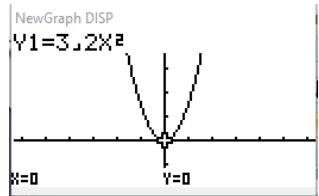
Mức độ/Dạng KP	Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Sử dụng MTCT
		theo con đường của mình.	phần của quá trình GQVĐ.

Các nội dung trên được cụ thể hóa và minh họa như sau:

- *Mức độ 1. Khám phá có hướng dẫn toàn phần (khám phá có hướng dẫn):*

Ở mức độ này, GV đưa ra các hoạt động và những gợi ý hay những chỉ dẫn cần thiết để HS thực hiện, trong đó hướng dẫn cho HS sử dụng MTCT ở những hoạt động cụ thể trong quá trình GQVĐ. HS hoạt động theo hướng dẫn của GV để giải quyết từng nội dung của vấn đề hoặc lí giải cho kết quả đã được đặt ra.

Ví dụ 1.6. Khi dạy học khái niệm hàm số chẵn, hàm số lẻ (SGK Đại số 10), GV thiết kế hoạt động như sau:

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS																								
1. Cho hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$, sử dụng MTCT vẽ đồ thị của hàm số và tính giá trị hàm số (điền giá trị vào bảng sau): <table><tr><td>x</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table>	x	-2	-1	0	1	2	y						1. Sử dụng MTCT vẽ DT và hoàn thiện bảng: - Đồ thị:  - Bảng giá trị: <table><tr><td>X</td><td>-2</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td></tr><tr><td>F(X)</td><td>6</td><td>1.5</td><td>0</td><td>1.5</td><td>6</td></tr></table>	X	-2	-1	0	1	2	F(X)	6	1.5	0	1.5	6
x	-2	-1	0	1	2																				
y																									
X	-2	-1	0	1	2																				
F(X)	6	1.5	0	1.5	6																				
2. Từ hàm số đã cho, quan sát đồ thị và bảng giá trị trên, hãy trả lời câu hỏi: (1) Tìm tập xác định D của hàm số? (2) Với mỗi $x \in D \Rightarrow -x \in D$? (3) Với $x \in D$, so sánh $f(x)$ và $f(-x)$?	2. Quan sát đồ thị và bảng giá trị trên, trả lời. Hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$ có: (1) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$ (2) Với mỗi $x \in D \Rightarrow -x \in D$ (3) Với $x \in D$, ta có $f(x) = f(-x)$																								
3. Hàm số có tính chất (2) và (3) ở trên được gọi là hàm số chẵn. Vậy, hãy nêu định nghĩa khái niệm hàm số chẵn?	3. Phát biểu định nghĩa khái niệm hàm số chẵn																								

- *Mức độ 2. Khám phá có hướng dẫn một phần:*

Ở mức độ này, GV đưa ra tình huống và đề nghị phương pháp giải, chỉ đưa ra những gợi ý hay những chỉ dẫn khi HS gặp khó khăn. HS chủ động tìm cách GQVĐ.

Ví dụ 1.7. Khi dạy định nghĩa hàm số mũ, GV thiết kế hoạt động mở đầu bằng tình huống như sau:

Hoạt động 1. (Bài toán “lãi kép”)

PHIẾU HỌC TẬP

Một ngân hàng quy định như sau về việc gửi tiết kiệm kì hạn một tháng:

- Lãi suất kì hạn một tháng là 0,4%.

- Khi kết thúc kì hạn gửi tiền mà người gửi không rút tiền thì toàn bộ số tiền (bao gồm cả vốn lẫn lãi) sẽ được chuyển gửi tiếp cho kì hạn tháng tiếp theo.

Em hãy giúp ngân hàng này bằng cách tìm một công thức cho phép nhân viên của họ tính thật nhanh tổng số tiền (bao gồm cả vốn lẫn lãi) cần trả cho khách hàng, biết rằng:

- Khởi đầu khách hàng gửi 10 triệu VNĐ.

- Tính số tiền (cả vốn lẫn lãi) sau: 1 tháng, 2 tháng, 3 tháng,..., 12 tháng?

- Sau 5 năm (60 tháng) tổng số tiền của khách hàng là bao nhiêu?

- Ở tình huống này, HS dựa vào yêu cầu bài toán để thực hiện tuần tự:

+ Tổng số tiền sau 1 tháng gửi là: $10 + 10 \times \frac{0,4}{100} = 10,04$ triệu đồng.

+ Tổng số tiền sau 2 tháng gửi là: $10,04 + 10,04 \times \frac{0,4}{100} = 10,08$ triệu đồng.

Lần lượt tính như vậy, ta có tổng số tiền sau 60 tháng gửi là:

$$12,757 + 12,757 \times \frac{0,4}{100} = 12,859 \text{ triệu đồng.}$$

GV cho HS trình bày cách giải và rút ra nhận xét:

+ *Cách làm như trên mất rất nhiều thời gian (do phải tính tuần tự).*

+ *Hãy tìm một phương án giải quyết trên MTCT?*

Để rút ngắn thời gian, GV có thể gợi ý cho HS khám phá cách giải quyết trên MTCT như sau (Sử dụng *Casio fx 570VN PLUS*).

GV. Đặt các câu hỏi:

- + Cho biết tác dụng của ô nhớ $\boxed{Ans}$?
- + Có thể sử dụng ô nhớ $\boxed{Ans}$ trên MTCT để giải bài toán trên?
- + Lập một quy trình bấm phím trên MTCT để giải quyết bài toán?
- + Tìm công thức tổng quát để tính các kết quả trên?

HS. Tác dụng của ô nhớ $\boxed{Ans}$: Mỗi lần tính toán, bấm phím $\boxed{=}$ thì giá trị đó được lưu vào ô nhớ $\boxed{Ans}$

+ Nhập giá trị ban đầu: 10 $\boxed{=}$ (giá trị 10 được lưu vào ô nhớ $\boxed{Ans}$)

+ Tổng số tiền sau 1 tháng gửi là:

$$\boxed{Ans + Ans \times \frac{0.4}{100}} = 10.04$$

(giá trị 10,04 được lưu vào ô nhớ $\boxed{Ans}$)

+ Tổng số tiền sau 2 tháng gửi là: $\boxed{=}$

$$\boxed{Ans + Ans \times \frac{0.4}{100}} = 10.08016$$

Sau 60 lần bấm $\boxed{=}$, ta có tổng số tiền sau 60 tháng gửi là:

$$\boxed{Ans + Ans \times \frac{0.4}{100}} = 12.85949479$$

HS. Thảo luận để tìm ra công thức tính: $S = N(1 + r)^n$, trong đó S là tổng số tiền nhận được, N là số tiền ban đầu, r là lãi suất hằng tháng, n là thời gian.

- *Mức độ 3. Khám phá tự do:*

GV đưa ra tình huống, HS chủ động xác định vấn đề, tìm cách GQVĐ.

Ví dụ 1.8. GV thiết kế tình huống để dẫn đến khái niệm lôgarit như sau:

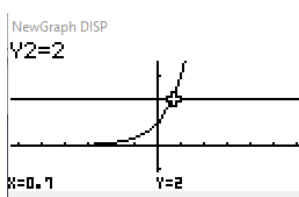
Hoạt động 1. (Dẫn đến khái niệm lôgarit)

PHIẾU HỌC TẬP

Nội dung	Kết quả
1. Tìm x để: $a) 2^x = 16$ $b) 2^x = \frac{1}{8}$ $c) 3^x = 243$ $d) 5^x = \frac{1}{625}$	
2. Khẳng định sau có đúng không? Hãy tìm cách giải thích: “PT $3^x = 2$ luôn có nghiệm duy nhất”	
3. Hãy viết các số sau dưới dạng lũy thừa của 2: $8; 32; \frac{1}{128}; \frac{1}{1024}$	
4. Các số 3, 5, $\sqrt{7}$ có thể viết dưới dạng lũy thừa của 2 được không?	
5. Có các số x, y nào để $2^x = 0, 3^y = -2$	
6. Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$, có thể biểu diễn số b dưới dạng lũy thừa của a hay không?	

Mục đích của hoạt động này là HS giải quyết được nhiệm vụ 6), với nhiệm vụ từ 1) đến 5) khi HS giải quyết được thì sẽ khám phá được kết quả đặt ra. Trong tình huống trên, HS có thể độc lập sử dụng MTCT ở một số khâu để GQVĐ:

- Đối với nhiệm vụ 2): “PT $3^x = 2$ luôn có nghiệm duy nhất” có đúng không? Hãy tìm cách giải thích. HS có thể sử dụng MTCT để kiểm chứng nhận định (bằng chức năng lập bảng hoặc đồ thị), chẳng hạn ở hình dưới đây:



HS có thể rút ra nhận xét “PT $3^x = 2$ luôn có nghiệm duy nhất” với $x \approx 0.7$

KẾT LUẬN CHƯƠNG 1

Trên cơ sở lí luận về DHKP và THDH, tác giả luận án đã đề xuất thuật ngữ về tình huống khám phá trong dạy học môn toán với sự hỗ trợ của MTCT. Phân tích được những đặc điểm của tình huống khám phá. Đề xuất sử dụng MTCT với vai trò là phương tiện dạy học trong việc hỗ trợ hoạt động khám phá, GQVĐ ở học sinh.

Mục tiêu của giáo dục môn Toán trong Chương trình GDPT là không chỉ dừng lại ở việc truyền thụ những kiến thức, kỹ năng có sẵn cho HS mà quan trọng là phải trang bị cho HS cách học và bồi dưỡng cho HS năng lực sáng tạo, năng lực GQVĐ và ứng dụng toán học trong cuộc sống hằng ngày. Do đó, việc sử dụng MTCT trong dạy học môn Toán để hỗ trợ cho HS khám phá, phát hiện và GQVĐ có ý nghĩa quan trọng trong dạy học toán và được đưa vào chương trình giảng dạy toán của nhiều nước trên thế giới.

Từ cơ sở khoa học của DHKP và những nghiên cứu có liên quan đến việc thiết kế tình huống trong dạy học, tác giả luận án nhận thấy: để nâng cao hiệu quả dạy học toán ở trường THPT, GV cần biết sử dụng các phương tiện hỗ trợ trong dạy học toán trong đó có MTCT, thiết kế được THDH kích thích nhu cầu khám phá kiến thức ở người học và sử dụng một cách hợp lý phương tiện trong quá trình dạy học, đó là một giải pháp thực hiện đổi mới giáo dục theo định hướng phát triển năng lực cho HS và xu thế dạy học trong sự phát triển mạnh mẽ của cách mạng khoa học công nghệ hiện nay. Tác giả luận án đề xuất xây dựng và sử dụng một số tình huống khám phá trong dạy học toán ở cấp THPT với sự hỗ trợ của MTCT, vấn đề này sẽ được đề cập đến trong nội dung Chương 3 của luận án.

Chương 2

THỰC TRẠNG DẠY HỌC MÔN TOÁN TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA MÁY TÍNH CẦM TAY

2.1. Mục đích nghiên cứu

Mục đích của nghiên cứu là để đánh giá về thực trạng dạy và học môn toán ở cấp THPT với sự hỗ trợ của MTCT; đánh giá về những lợi ích và thách thức khi sử dụng MTCT trong dạy và học Toán ở trường THPT. Cụ thể nhằm giải quyết câu hỏi sau:

1) Quan điểm về sử dụng MTCT trong dạy học toán ở trường phổ thông của Việt Nam hiện nay như thế nào?

2) Sử dụng MTCT có thể mang lại những lợi ích và thách thức gì cho giáo viên và học sinh trong dạy và học Toán ở trường THPT?

3) Hướng nghiên cứu tiếp theo để sử dụng hiệu quả MTCT trong dạy học Toán ở trường THPT?

2.2. Phương pháp nghiên cứu

Nghiên cứu dựa trên kết quả khảo sát, số liệu điều tra bằng các phương pháp quan sát - điều tra, với hai kỹ thuật chính là phỏng vấn sâu và sử dụng phiếu hỏi.

- *Đối tượng khảo sát:* Nghiên cứu được thực hiện ở 24 trường THPT, ở 7 tỉnh gồm Thái Nguyên, Bắc Kạn, Bắc Giang, Bắc Ninh, Phú Thọ, Hòa Bình, Khánh Hòa (Trong đó, theo địa bàn có 7 trường vùng thành thị, 9 trường vùng nông thôn và 8 trường vùng miền núi; theo loại hình trường có 22 trường phổ thông và 02 trường phổ thông dân tộc nội trú). Đối tượng khảo sát bao gồm 260 GV, 40 cán bộ quản lý chuyên môn và 367 HS.

- *Phương pháp thu thập dữ liệu:* Bảng câu hỏi và phỏng vấn được sử dụng để thu thập dữ liệu từ trường học. Bảng câu hỏi của HS bao gồm hai phần: Phần thứ nhất là thông tin chung về HS, trường, lớp học; phần thứ hai

gồm các câu hỏi mở để HS bày tỏ ý kiến của mình. Bảng câu hỏi của GV cũng được thiết kế gồm hai phần: Phần thứ nhất là thông tin tổng quát về GV; phần thứ hai gồm thông tin cụ thể về việc sử dụng máy tính trong dạy học, cách tiếp cận GV, các phương thức sử dụng MTCT; nhận định, đánh giá về lợi ích, hiệu quả và thách thức khi sử dụng MTCT, bao gồm các mục câu hỏi với các câu hỏi mở, các câu trả lời theo thang đo Likert 5 mức độ, được quy thành điểm từ 1 đến 5 cho từng phương án trả lời.

Một số THDH sử dụng MTCT được lựa chọn và gửi đến GV dạy Toán để thiết kế. Nhóm nghiên cứu đã thực hiện quan sát một số giờ học của các lớp học toán, tiến hành phỏng vấn, kiểm tra về kiến thức, kỹ năng sử dụng MTCT đối với HS và GV.

- *Quy trình thu thập dữ liệu:* Nhóm nghiên cứu đã xin phép các Sở Giáo dục và Đào tạo, hiệu trưởng các trường chọn khảo sát để thu thập dữ liệu. Gửi bảng câu hỏi cho người trả lời tương ứng; thực hiện các cuộc phỏng vấn trực tiếp với HS, GV và cán bộ quản lý chuyên môn.

- *Phương pháp phân tích dữ liệu:* Dữ liệu thu thập được gồm dữ liệu định lượng và dữ liệu định tính. Dữ liệu định lượng được thu thập bằng cách sử dụng bảng câu hỏi được thiết kế theo mục đích nghiên cứu, sử dụng phần mềm thống kê để có được các kết quả về tần suất, số lượng và tỷ lệ phần trăm. Dữ liệu định tính có được từ việc trả lời các câu hỏi và phỏng vấn, phân loại và ghi chép trong các báo cáo.

2.3. Kết quả nghiên cứu thực trạng sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học toán ở trường trung học phổ thông

2.3.1. Nội dung khảo sát

Nội dung khảo sát nhằm mục đích thu được các thông tin, số liệu và đánh giá từ phía GV, cán bộ quản lý chuyên môn và HS về việc sử dụng MTCT trong dạy học Toán (Phụ lục 1 đính kèm).

2.3.2. Kết quả khảo sát

2.3.2.1. Quan điểm về sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học

Để tìm hiểu mối quan hệ thể chế với MTCT, theo Nguyễn Thị Như Hà (2004), đã tìm hiểu, phân tích về các Chương trình GDPT từ năm 1980 đến nay để làm rõ sự thay đổi trong quan điểm sử dụng MTCT trong dạy học:

- Máy tính cầm tay trong Chương trình GDPT trước năm 2000:

Cuộc cải cách giáo dục bắt đầu được thực hiện ở cấp tiểu học vào năm 1980. Trong chương trình cải cách ở tiểu học, MTCT xuất hiện lần đầu tiên ở lớp 5, với vai trò kiểm tra kết quả phép tính, khi HS học về số thập phân. Nói tiếp chương trình cấp tiểu học, chương trình cấp trung học cơ sở được thực hiện vào năm 1986. Trong chương trình 1986 ở cấp trung học cơ sở, MTCT lại tiếp tục xuất hiện ở lớp 6, nhưng với vai trò hỗ trợ tính toán. Tuy nhiên, mới chỉ giới thiệu cho HS biết và không chú trọng rèn luyện kỹ năng sử dụng MTCT. Sau đó, vai trò của MTCT ít được đề cập đến so với việc sử dụng các bảng, biểu trong môn toán. Tiếp theo, chương trình cải cách ở trung học cơ sở, năm 1990 việc dạy học ở cấp THPT được thực hiện theo chương trình mới. MTCT đã bị “lãng quên” trong chương trình THPT 1990: không có nội dung nào đề cập đến đối tượng này.

- Máy tính cầm tay trong Chương trình chính lí năm 2000:

Trong chương trình này máy tính cầm tay “hoàn toàn bị quên lãng”. Trong “Tài liệu hướng dẫn giảng dạy Toán 10” (Văn Như Cương, Trần Văn Hạo, NXB GD 2000) ở chương 5 có nêu: “Việc sử dụng máy tính bỏ túi để giải quyết phép tính về sai số, các PT và bất PT có hệ số thập phân, là rất phổ biến ở các nước, tuy nhiên ở nước ta không phải học sinh nào cũng có khả năng mua máy nên chỉ trông chờ vào các môn như Vật lý để học sinh có thể thực hành”. Theo tinh thần đó, không chỉ lớp 10 mà cả lớp 11, 12 cũng không đề cập đến MTCT. Nói cách khác, MTCT không được xem là một nội dung dạy học của cấp THPT.

Như vậy, trong các chương trình trước năm 2000, vai trò của MTCT "rất mờ nhạt" so với sử dụng các bảng, biểu trong dạy học toán. MTCT xuất hiện với hai chức năng chính là: (1) Kiểm tra kết quả phép tính, (2) Hỗ trợ tính toán. Ở giai đoạn này kiểu nhiệm vụ tính gần đúng chưa được khai thác.

- Máy tính cầm tay trong Chương trình GDPT 2006:

Chương trình Toán cấp Trung học, đặc biệt là Trung học cơ sở, đã quan tâm đến MTCT nhiều hơn với yêu cầu được nêu rõ là tăng cường sử dụng MTCT để giảm nhẹ những khâu tính toán không cần thiết. Nếu xem xét các SGK Toán 6, 7, 9 thì ta thấy số lượng bài tập có yêu cầu tường minh sử dụng MTCT đã tăng so với các sách trước đó. Ở chương trình này, MTCT được xem là một công cụ hỗ trợ tính toán và lần đầu tiên xuất hiện kiểu nhiệm vụ tính gần đúng bằng MTCT. Theo Tài liệu bồi dưỡng GV thực hiện chương trình SGK lớp 11 - môn Toán, 2007, tr. 50 có ghi: *"Hiện nay việc sử dụng máy tính bỏ túi trong nhà trường ở nước ta chưa phổ biến, thậm chí còn bị cấm trong các kì thi. Tuy nhiên, thời nay máy tính là một dụng cụ không thể thiếu đối với các nhà kinh doanh, nhà khoa học, trong các hoạt động của nhiều cơ quan. Vì vậy hướng dẫn cho học sinh biết cách sử dụng máy tính là thực sự cần thiết. Do đó trong nhiều chuyên mục của SGK đã trình bày cách sử dụng máy tính bỏ túi để tính toán, giải PT và giải nhiều bài tập..."*.

Như vậy, từ năm 2006, Chương trình môn Toán ở phổ thông đã có sự khuyến khích sử dụng MTCT. Trong chương trình Toán cấp THPT MTCT đã được đưa vào SGK, có yêu cầu nội dung thực hành đối với HS. Cùng với việc khuyến khích sử dụng MTCT trong dạy học, Bộ Giáo dục và Đào tạo đã cho phép sử dụng một số MTCT trong kiểm tra, trong các kỳ thi, kể cả kỳ thi tốt nghiệp THPT hiện nay.

- Máy tính cầm tay trong Chương trình GDPT 2018:

Giáo dục Toán học trong Chương trình GDPT 2018 đã khẳng định về yêu cầu sử dụng các công cụ tính toán, công cụ đo đạc trong dạy học Toán

phổ thông, trong đó hình thành và phát triển *năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán*, góp phần hình thành và phát triển năng lực chung cốt lõi là một mục tiêu chủ yếu của chương trình môn học. Biểu hiện cụ thể của năng lực sử dụng công cụ, phương tiện học toán được Chương trình môn Toán xác định đối với HS THPT đó là:

- Sử dụng được MTCT, phần mềm, phương tiện công nghệ, nguồn tài nguyên trên mạng Internet để GQVĐ toán học.
- Biết đánh giá cách thức sử dụng các công cụ, phương tiện học toán trong tìm tòi, khám phá và GQVĐ toán học.
- Biết đề xuất ý tưởng để thiết kế, tạo dựng phương tiện học liệu mới phục vụ việc tìm tòi, khám phá và GQVĐ toán học.

Như vậy, trong Chương trình GDPT 2018, MTCT là một công cụ, phương tiện học toán, với yêu cầu đối với người học không chỉ sử dụng được MTCT mà còn phải biết *cách thức sử dụng trong tìm tòi, khám phá và GQVĐ toán học*.

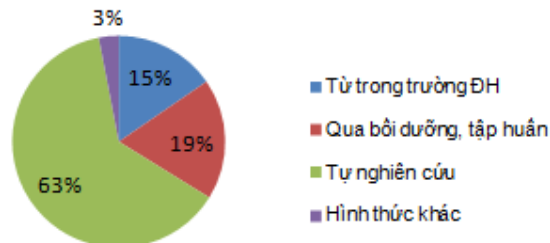
Trên cơ sở tìm hiểu những quan điểm, thể chế về MTCT trong dạy học toán ở Việt Nam trong thời gian qua, tác giả luận án đã tìm hiểu thực tiễn việc sử dụng MTCT trong dạy học toán tại một số trường THPT trên địa bàn các tỉnh, trong đó đã tập trung nghiên cứu để làm rõ thêm một số vấn đề về cách tiếp cận với MTCT đối với GV, HS; việc trang bị MTCT, mức độ, hình thức sử dụng MTCT của với GV, HS; đánh giá về lợi ích cũng như thách thức của sử dụng MTCT trong dạy học toán.

2.3.2.2. Thực trạng về cách tiếp cận máy tính cầm tay đối với giáo viên, học sinh

- *Đối với giáo viên:*

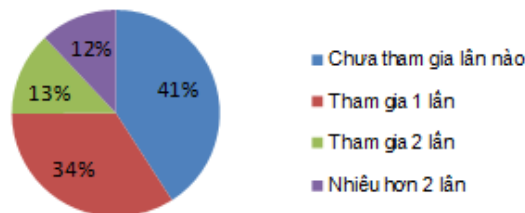
Qua phỏng vấn, đa số GV đều xác nhận sử dụng MTCT trong dạy học Toán từ khi thực hiện Chương GDPT năm 2006 do trong nội dung của SGK môn Toán có yêu cầu thực hành giải toán trên MTCT (một số ít GV đã sử dụng

MTCT trước đó, vào những năm 2001). Về hình thức GV tiếp cận, được trang bị những kiến thức, kỹ năng sử dụng MTCT: 63% là do GV tự nghiên cứu, còn lại là do được học từ các trường đại học 15%, qua tập huấn, bồi dưỡng 19% và ở các hình thức khác 3%.



Biểu đồ 2.1. Hình thức tiếp cận với MTCT của giáo viên

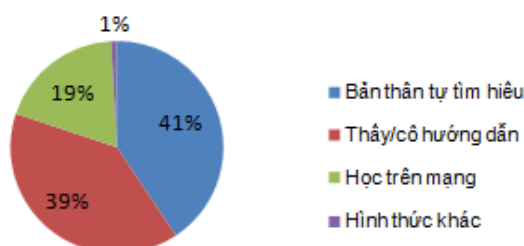
Về công tác bồi dưỡng, tập huấn cho GV sử dụng MTCT trong dạy học, có 41% GV chưa lần nào tham gia các khóa bồi dưỡng, tập huấn sử dụng MTCT do các cấp tổ chức, có rất ít GV được tham gia bồi dưỡng từ 2 lần trở lên (12%).



Biểu đồ 2.2. Tỷ lệ giáo viên được tham gia bồi dưỡng, tập huấn về MTCT

• *Đối với học sinh:*

Về hình thức tiếp cận với MTCT để học tập: có 41% là do HS tự tìm hiểu, 39% HS được hướng dẫn từ phía các thầy, cô, 19% học cách sử dụng trên mạng internet, 1% hình thức khác.



Biểu đồ 2.3. Hình thức tiếp cận với MTCT của học sinh

Như vậy, mặc dù MTCT đã được đưa vào Chương trình môn Toán trong Chương trình GDPT năm 2006, nhiều nội dung toán học trong SGK các lớp 10, 11, 12 được thiết kế để thực hành sử dụng MTCT song việc tiếp cận, bồi dưỡng, tập huấn sử dụng MTCT ở cả GV và HS còn có những hạn chế:

(1) Phần lớn là do nhu cầu của cá nhân người dạy, người học;

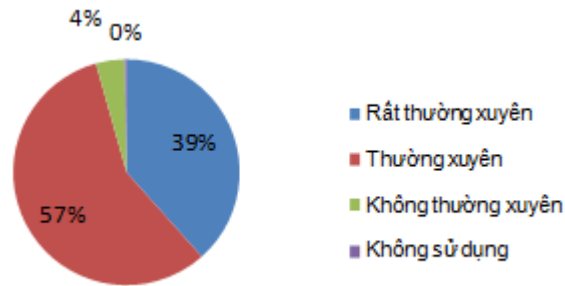
(2) Hầu hết chưa thấy có quy định của các cấp quản lý giáo dục yêu cầu về việc GV, HS cần được tiếp cận, trang bị kiến thức, kỹ năng sử dụng MTCT.

2.3.2.3. Thực trạng về trang bị, mức độ, hình thức sử dụng máy tính cầm tay của với giáo viên, học sinh

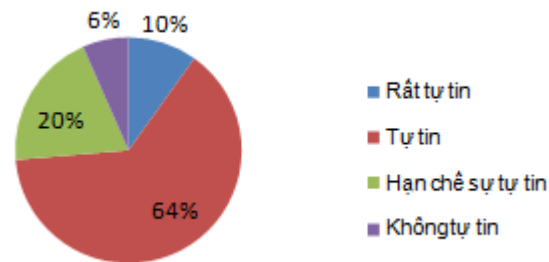
- *Về trang bị MTCT*: Theo phản hồi của GV, HS và đánh giá của cán bộ quản lý chuyên môn các trường khảo sát, đa số GV dạy toán được trang bị MTCT để dạy học, với nhiều hình thức: GV tự mua sắm; nhà trường trang cấp hoặc MTCT được bố trí ở phòng thiết bị để dùng chung. Đối với HS, 100% HS có MTCT để học tập, 100% do HS tự mua sắm để sử dụng.

- *Về loại hình MTCT đang sử dụng*: 97,7% GV và 98,1% HS sử dụng MTCT khoa học thông thường (loại MTCT được Bộ Giáo dục và Đào tạo cho phép sử dụng trong các kỳ thi), không có GV nào sử dụng MTCT có chức năng vẽ đồ thị hoặc MTCT tiên tiến hơn.

- *Về mức độ và sự tự tin khi sử dụng MTCT*: Đa số GV được hỏi đều khẳng định thường xuyên sử dụng trong quá trình dạy học Toán (80,5%), tuy nhiên còn 19,5% GV tự đánh giá không thường xuyên sử dụng; 77,8% GV đánh giá là tự tin trong khai thác, sử dụng MTCT, 21,4% không tự tin hoặc hạn chế sự tự tin khi sử dụng MTCT trong dạy học. Đối với HS, 95% HS khẳng định thường xuyên sử dụng MTCT để học tập Toán, 74% tự tin khi sử dụng (khai thác thành thạo các chức năng của máy tính).

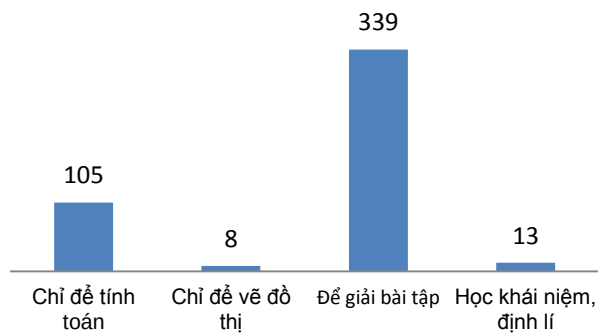


Biểu đồ 2.4. Mức độ sử dụng MTCT của học sinh

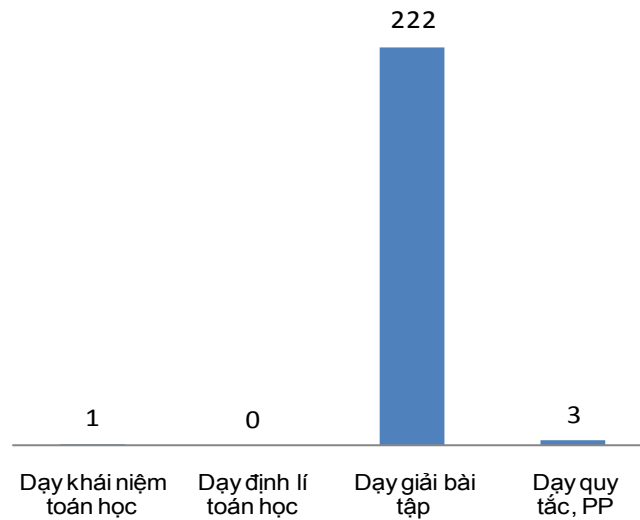


Biểu đồ 2.5. Mức độ tự tin của học sinh khi sử dụng MTCT

- Về tình huống dạy, học sử dụng MTCT: thực hiện khảo sát về những THDH sử dụng MTCT, đa số GV, HS đều cho rằng: MTCT sử dụng có hiệu quả trong tình huống dạy, học giải bài tập, trong kiểm tra và thi. Tuy nhiên, 100% ý kiến của GV được hỏi không có ý kiến nào khẳng định MTCT có hiệu quả khi dạy học về khái niệm, định lý toán học.



Biểu đồ 2.6. Sử dụng MTCT trong các tình huống học tập ở học sinh



Biểu đồ 2.7. Sử dụng MTCT trong các tình huống dạy học của giáo viên

Qua việc tìm hiểu thực trạng về trang bị MTCT, mức độ, hình thức sử dụng MTCT của với GV, HS rút ra một số nhận xét sau:

- *Về ưu điểm:* hầu hết GV, HS đều được trang bị MTCT để sử dụng trong quá trình dạy và học; MTCT cũng đã được sử dụng thường xuyên trong các hoạt động học tập; mức độ tự tin trong sử dụng MTCT được nhiều GV, HS khẳng định.

- *Về hạn chế:*

+ Các loại MTCT được GV và HS sử dụng là MTCT khoa học thông thường, không có GV nào sử dụng MTCT có chức năng vẽ đồ thị.

+ Về tình huống dạy, học sử dụng MTCT: hầu hết GV và HS đều cho rằng MTCT sử dụng hiệu quả trong giải bài tập, các THDH khác (dạy học quy tắc, khái niệm, định lí toán học) chưa thực sự được quan tâm thiết kế, khai thác sự hỗ trợ của MTCT.

2.3.2.4. Đánh giá về lợi ích từ việc sử dụng MTCT trong dạy học toán

Nghiên cứu đã phân tích lợi ích khi sử dụng MTCT trong dạy và học, bao gồm từ khả năng tiếp cận với MTCT, thái độ của GV và HS, phương pháp giảng dạy, học tập và hiệu quả của quá trình dạy học khi sử dụng

MTCT. Theo phản hồi của HS và GV, các số liệu thống kê sau đây (được nêu trong Bảng 2.1, Bảng 2.2) đưa ra những lợi ích của việc sử dụng MTCT trong dạy và học Toán.

Bảng 2.1. Những lợi ích từ việc sử dụng MTCT theo đánh giá của HS

Lợi ích từ việc sử dụng MTCT trong học toán	Tổng số	Số người đồng ý	Tỷ lệ (%)	Điểm TB ($\bar{x}$)	Độ lệch chuẩn
1. Giúp cho việc tính toán nhanh, chính xác	367	355	96,7%	4,43	0,23
2. Tạo hứng thú học tập tốt hơn	367	269	73,1%	3,78	0,19
3. Hiểu vấn đề toán học tốt hơn	367	296	80,5%	3,43	0,13
4. Giúp cho việc khám phá kiến thức được thuận lợi	367	248	67,5%	3,70	0,17
5. Giúp cho việc thảo luận, trao đổi nhóm tốt hơn	367	204	55,6%	3,48	0,14
6. Giúp cho việc kiểm tra/thi đạt kết quả cao hơn	367	326	88,9%	4,22	0,20

Bảng 2.2. Những lợi ích từ việc sử dụng MTCT theo đánh giá của GV

Lợi ích từ việc sử dụng MTCT trong dạy học toán	Tổng số	Số người đồng ý	Tỷ lệ (%)	Điểm TB ($\bar{x}$)	Độ lệch chuẩn
1. Tạo cơ hội để học sinh chia sẻ ý tưởng, cho phép học sinh tương tác với thách thức	260	200	76,9%	3,95	0,19
2. Đem lại một phương pháp làm việc mới cho cả thầy và trò	260	200	76,9%	3,85	0,23
3. Không chỉ hỗ trợ tính toán mà còn hỗ trợ cho việc khám phá, phát hiện và giải quyết vấn đề toán học	260	195	75,0%	3,87	0,21
4. Giúp cho việc chuyển đổi, biểu diễn toán học, mô hình hóa toán học được thực hiện thuận lợi hơn	260	162	62,3%	3,60	0,19

Lợi ích từ việc sử dụng MTCT trong dạy học toán	Tổng số	Số người đồng ý	Tỷ lệ (%)	Điểm TB($\bar{X}$)	Độ lệch chuẩn
5. Có nhiều thời gian hơn để tập trung vào các vấn đề toán học, không mất thời gian với các thao tác đại số	260	195	75,0%	3,83	0,20
6. Giải quyết được một số vấn đề toán học mà khó tiếp cận bằng kỹ thuật đại số	260	189	72,7%	3,78	0,22
7. Học sinh sử dụng MTCT có kết quả học tập tốt hơn so với không sử dụng	260	212	81,5%	3,69	0,18

Phân tích các thông tin thu nhận được cho thấy, sử dụng thường xuyên MTCT giúp cho GV và HS sáng tạo hơn trong GQVĐ toán học. GV, HS có thể tìm kiếm các phương pháp thay thế để giải quyết một vấn đề, do đó tránh được rất nhiều công việc với giấy, bút. HS cũng có thể thử nghiệm với các cách khác nhau để diễn đạt ý tưởng toán học trong khi thảo luận với những HS khác.

Máy tính cầm tay hỗ trợ tích cực cho hoạt động học tập toán ở HS, chẳng hạn như HS có thể tính toán được một khối lượng lớn phép tính trong một thời gian nhất định bởi vì tốc độ tính toán trên máy tính nhanh hơn so với tính toán bằng giấy, bút. Ngoài ra, MTCT được xem là một công cụ thông dụng mà HS có thể sử dụng để tiết kiệm thời gian do phải thao tác tính toán, dành nhiều thời gian hơn để tập trung vào GQVĐ toán học.

Một lợi ích khác được đánh giá đó là thái độ của GV, HS cũng được cải thiện đáng kể khi sử dụng MTCT trong dạy và học. Các ý kiến của GV cho thấy, HS có thái độ tích cực trong việc chia sẻ ý tưởng, làm việc hợp tác; làm cho không khí lớp học sôi nổi hơn.

Về hiệu quả của việc sử dụng MTCT, trong nghiên cứu này ghi nhận 88,9% HS đánh giá sử dụng MTCT giúp cho các bài kiểm tra đạt kết quả cao

hơn; 81,5% GV đánh giá HS sử dụng MTCT có kết quả học tập tốt hơn so với không sử dụng.

2.3.2.5. *Đánh giá về thách thức khi sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học toán*

Nghiên cứu tìm cách chỉ ra những thách thức mà người dạy, người học gặp phải trong quá trình sử dụng MTCT trong dạy và học. Các câu trả lời sau về những thách thức được ghi lại bởi GV và CBQL chuyên môn nhà trường, được thể hiện trong Bảng 2.3, Bảng 2.4.

Bảng 2.3. Những thách thức trong việc sử dụng MTCT theo giáo viên

Những thách thức trong việc sử dụng MTCT	Tổng	Số người đồng ý	Tỷ lệ (%)	Điểm TB ($\bar{x}$)	Độ lệch chuẩn
1. Học sinh chưa chủ động sử dụng MTCT	260	146	56,2%	3,39	0,17
2. Kỹ năng sử dụng MTCT ở học sinh còn hạn chế	260	190	73,1%	3,74	0,23
3. Giáo viên còn thiếu kinh nghiệm sử dụng MTCT	260	159	61,2%	3,56	0,20
4. Giáo viên chưa dành thời gian để thiết kế bài dạy sử dụng MTCT	260	214	82,3%	3,25	0,16
5. Nhiều nội dung toán học khó sử dụng MTCT	260	183	70,4%	3,72	0,23
6. Nhiều loại MTCT còn bị cấm sử dụng trong các kỳ thi	260	135	51,9%	3,42	0,18

Bảng 2.4. Những thách thức trong việc sử dụng MTCT theo CBQL

Những thách thức trong việc sử dụng MTCT	Tổng	Số người đồng ý	Tỷ lệ (%)	Điểm TB ($\bar{x}$)	Độ lệch chuẩn
1. Giáo viên ngại đổi mới	40	12	30%	2,95	0,15
2. Thiếu tài liệu hướng dẫn cho giáo	40	19	47,5%	3,33	0,12

Những thách thức trong việc sử dụng MTCT	Tổng	Số người đồng ý	Tỷ lệ (%)	Điểm TB ($\bar{x}$)	Độ lệch chuẩn
viên và học sinh					
3. Giáo viên ít được tập huấn, bồi dưỡng về sử dụng MTCT trong dạy học	40	32	80%	3,44	0,14
4. Chương trình giáo dục môn toán chưa có yêu cầu cụ thể về sử dụng MTCT	40	18	45%	3,08	0,19
5. Chưa có chính sách hỗ trợ, trang bị MTCT cho giáo viên, học sinh	40	37	92,5%	3,69	0,15

- *Thách thức đối với học sinh:* Những thách thức gặp phải với HS là khả năng khai thác các chức năng của máy tính để hỗ trợ cho các hoạt động khám phá, phát hiện và GQVĐ toán học. Phần lớn trả lời của HS (95,5%) cho biết, các em chỉ dùng máy tính cho việc tính toán thông thường và sử dụng trực tiếp các chức năng của máy tính để giải bài tập (như giải PT, tính giá trị hàm số, tính giới hạn, tính tích phân...), đồng thời cũng cho thấy HS còn rất khó khăn khi sử dụng MTCT để hỗ trợ cho các hoạt động học tập như học khái niệm, định lý. Ngoài ra, một số trở ngại khác đó là vấn đề trang bị máy tính cho HS và kỹ năng sử dụng máy tính ở HS: 56,2% ý kiến GV cho rằng HS còn thiếu máy tính để thực hành; 73,1% ý kiến GV đánh giá kỹ năng sử dụng máy tính ở HS còn hạn chế.

- *Thách thức đối với giáo viên:* Những thách thức được nhiều GV đánh giá như vấn đề chưa dành nhiều thời gian cho việc chuẩn bị bài dạy có sử dụng MTCT, việc bồi dưỡng, tập huấn chưa được thường xuyên, 70,4% ý kiến GV cho rằng nhiều nội dung toán học khó sử dụng MTCT. Nghiên cứu qua bài soạn của GV cũng cho thấy sự chuẩn bị về kế hoạch bài dạy của GV chưa tốt dẫn đến khai thác phương tiện không hiệu quả, ảnh hưởng đến chất lượng dạy học. Một số ý kiến GV cho rằng, kinh nghiệm sử dụng MTCT cũng là một thách thức trong dạy học, điều này dẫn đến khả năng khai thác các chức năng của MTCT để hỗ trợ cho các hoạt động tìm tòi, khám phá kiến

thức và thiết kế các THDH còn gặp nhiều khó khăn, nhất là trong dạy học khái niệm, định lí toán học.

Ngoài ra, vấn đề trang bị MTCT cho HS và GV cùng với các chính sách khác như quy định của Bộ Giáo dục và Đào tạo về sử dụng MTCT trong các kỳ thi cũng là một thách thức khi đưa MTCT vào trường học trên diện rộng. Kết quả khảo sát cho thấy, việc trang bị MTCT ở HS hoàn toàn do người học tự mua sắm, chưa nhận được sự hỗ trợ của nhà nước, của nhà sản xuất. Điều này dẫn đến còn một bộ phận HS chưa có MTCT, chưa có điều kiện để tiếp cận với một số MTCT tiên tiến (như MTCT đồ họa) đang được nhiều quốc gia sử dụng trong dạy học. Đồng thời, một số MTCT còn bị cấm sử dụng trong các kỳ thi cũng làm hạn chế việc sử dụng trong học tập hàng ngày ở HS.

2.3.2.6. Về thiết kế, sử dụng tình huống dạy học với máy tính cầm tay

Ngoài việc dự giờ, quan sát lớp học, tác giả luận án đã đề xuất với nhóm GV các trường phổ thông được khảo sát thực hiện thiết kế một số THDH Toán. Sau khảo sát, bước đầu có một số nhận định sau:

- Về thiết kế và dạy học giải bài tập: thiết kế THDH giải bài tập với sự hỗ trợ của MTCT được nhiều GV quan tâm, nhất là để giải quyết các bài tập dưới hình thức trắc nghiệm. Chẳng hạn, GV đã thực hiện thiết kế tình huống giải bài tập như sau:

4. Tình huống thiết kế: *Thiết kế tình huống hướng dẫn học sinh giải hai bài tập sau (trích đề thi Toán, kỳ thi THPT Quốc gia năm 2017), có sử dụng máy tính cầm tay hỗ trợ các hoạt động dạy học:*

Bài 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \log_5 \frac{x-3}{x+2}$

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

B. $D = (-\infty; -2) \cup [3; +\infty)$.

C. $D = (-2; 3)$.

D. $D = (-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$.

Bài 2. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $m = 11$.

B. $m = 0$.

C. $m = -2$.

D. $m = 3$.

Tình huống được GV thiết kế:

sử dụng MTCT ta làm như sau: Lấy các giá trị khác nhau của x thay vào biểu thức $\frac{x-3}{x+2}$ để loại dần các phương án.

+ Nhập biểu thức $\frac{x-3}{x+2}$

+ Bấm CALC với các giá trị: $x=0 \rightarrow$ kết quả: $-\frac{3}{2} \rightarrow$ loại A, C

$x=3 \rightarrow$ kết quả: $0 \rightarrow$ loại B, chọn D

Chú ý: Học sinh có thể bấm: $\log_5\left(\frac{x-3}{x+2}\right)$ trực tiếp

Thay $x=0 \rightarrow$ Math Error $\rightarrow$ loại A, C

$x=3 \rightarrow$ Math Error $\rightarrow$ loại B, chọn D

Bài 2: MTCT có thể lập bảng gồm 20 giá trị của hàm số trên 1 đoạn nên có thể sử dụng thế năng để tìm, dự đoán giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn (thường chia đoạn đó thành 10, hay 20 đoạn nhỏ).

+ Nhấn MODE [7]

+ Nhập $f(x) = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$, bỏ qua $g(x)$

+ Start: $x=0$, End: $x=2$, Step: $0,1$

MTCT sẽ lập bảng các giá trị của $f(x)$ tại $0; 0,1; 0,2; \dots; 1,9; 2$

Dự đoán $m=3$ khi $x=1 \rightarrow$ chọn đáp án D

GV phân tích: MODE 7 chỉ có tác năng chỉ đơn thuần chỉ thống kê chính xác hoàn toàn.

- Về thiết kế và dạy học khái niệm, dạy học định lý, dạy học quy tắc, phương pháp: tác giả luận án đã đưa ra một số tình huống cụ thể để GV thiết kế THDH, tuy nhiên qua phân tích, thảo luận sau khi xem xét việc thiết kế của GV và dự giờ nhận thấy các kết quả thu được còn nhiều hạn chế, GV chưa thực sự dành thời gian cho việc thiết kế, việc sử dụng MTCT hỗ trợ cho hoạt động dạy và học chưa hiệu quả, đa số mới chỉ sử dụng MTCT là công cụ tính toán chưa khai thác được các chức năng của MTCT trong việc giúp cho HS tìm tòi, khám phá và giải quyết các vấn đề toán học. Chẳng hạn trong tình huống dưới đây:

4. Tình huống thiết kế: Thiết kế tình huống dạy học **Định lý 1**, trong phần II – Số hạng tổng quát, thuộc §3. Cấp số cộng (sách Đại số và Giải tích 11, trang 94), có sử dụng máy tính cầm tay hỗ trợ các hoạt động dạy học.

- GV chỉ yêu cầu ở HS sử dụng MTCT để tính nhanh:

trên công thêm 4⁰ Nếu có thể sử dụng
có thể sử dụng MTCT để tính nhanh
chơi năng và phải không?
Ans:
Bấm như sau: Hãy tính số que diêm
[3] [=] [Ans] + [3] [=] cần ở tầng thứ 10
bấm dấu "=" 9 lần Số que diêm ở mỗi
và đợc kết quả: 39 tầng có gì đặc biệt?
Lập thành CSC. Hãy tính số que diêm

- Hoặc chỉ sử dụng chức năng sẵn có để giải hệ PT đơn giản:

Để giải hệ phương trình bậc nhất ẩn ta
có thể sử dụng MTCT để giải hoặc kiểm tra
lại đáp án.
+ Ví: $u_2 = 1$ nên $u_1 + d = 1$
+ Ví: $u_4 = 9$ nên $u_1 + 3d = 9$
Suy ra: $\begin{cases} u_1 + d = 1 \\ u_1 + 3d = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} u_1 = 3 \\ d = 4 \end{cases}$

Như vậy, THDH mới chỉ thiết kế đến việc sử dụng MTCT để tính toán hay sử dụng trực tiếp những chức năng sẵn có của MTCT để tính toán, giải PT, tính đạo hàm, tích phân,... mà chưa khai thác được vai trò của MTCT trong hỗ trợ HS khám phá, GQVĐ toán học.

KẾT LUẬN CHƯƠNG 2

Kết quả nghiên cứu thực trạng bước đầu cho thấy: MTCT đã được đưa vào sử dụng trong các nhà trường. Sử dụng MTCT trong dạy học toán có thể hỗ trợ HS từ khám phá kiến thức, tiếp cận khái niệm đến phát hiện, GQVĐ; có ảnh hưởng tích cực đến quan điểm, thái độ và thúc đẩy đổi mới phương pháp dạy và học ở GV. Tuy nhiên, còn có những khó khăn, thách thức khi sử dụng MTCT trong dạy học như: việc sử dụng không hợp lý MTCT có những ảnh hưởng tiêu cực như có thể làm ảnh hưởng đến kỹ năng tính toán của HS, làm cho HS phụ thuộc vào MTCT; về tổ chức dạy học cùng với MTCT trên diện rộng, còn có những khó khăn do thiết bị không đồng đều, thiếu tài liệu, GV không được đào tạo, tập huấn bài bản, chưa có những cơ chế hỗ trợ phương tiện dạy học cho GV, HS.

Về xây dựng THDH sử dụng MTCT: việc xây dựng THDH có sử dụng MTCT để hỗ trợ cho việc tìm tòi, khám phá, GQVĐ toán học là cần thiết và cần được GV quan tâm nhiều hơn, nhất là trong các THDH khái niệm, dạy học định lí, quy tắc, phương pháp.

Từ việc nghiên cứu thực trạng sử dụng MTCT trong dạy học toán ở trường THPT, tác giả luận án nhận thấy việc sử dụng MTCT trong dạy học toán cần được tiếp tục nghiên cứu, nhất là nghiên cứu xây dựng các tình huống khám phá trong dạy học trong môi trường sử dụng MTCT để nâng cao chất lượng dạy học môn Toán. Đồng thời, từ những khó khăn, thách thức cũng như từ phân tích nguyên nhân của những hạn chế của việc sử dụng MTCT trong dạy học toán, rút ra một số định hướng nghiên cứu cho bản thân trong thời gian tới như đề xuất biện pháp đưa MTCT trong dạy học môn toán trong Chương trình GDPT như thiết kế nội dung dạy học, thiết kế tài liệu dạy học của GV, của nhà trường.

Chương 3

XÂY DỰNG VÀ SỬ DỤNG MỘT SỐ TÌNH HUỐNG KHÁM PHÁ TRONG DẠY HỌC TOÁN TRUNG HỌC PHỔ THÔNG VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA MÁY TÍNH CẦM TAY

3.1. Nguyên tắc định hướng xây dựng tình huống

1- Mỗi tình huống được thiết kế cần đáp ứng được những yêu cầu về đặc điểm của tình huống khám phá đã nêu ở Chương 1. Mỗi tình huống chứa đựng đồng thời việc rèn luyện kỹ năng sử dụng MTCT với việc chiếm lĩnh kiến thức ở HS.

2- Các tình huống được xây dựng cần chú trọng đến tất cả các tình huống điển hình trong dạy học môn Toán. Các tình huống khám phá được xây dựng dựa trên cơ sở lý thuyết của các phương pháp dạy học, kỹ thuật dạy học tích cực, đặc biệt là DHKP. MTCT với vai trò là phương tiện dạy học cần được khai thác ở phương diện là công cụ hỗ trợ cho hoạt động khám phá, GQVĐ ở HS.

3- Tình huống khám phá được xây dựng để khi tổ chức dạy học sẽ tạo ra một môi trường học tập tích cực và ở đó HS được khuyến khích bộc lộ các hành vi tương thích, có thái độ và phương pháp học tập mới, từ đó phát huy được tính chủ động, sáng tạo và tự tin với việc sử dụng phương tiện, các ứng dụng của công nghệ trong hoạt động học tập.

3.2. Xây dựng và sử dụng một số tình huống khám phá trong dạy học toán trung học phổ thông với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay

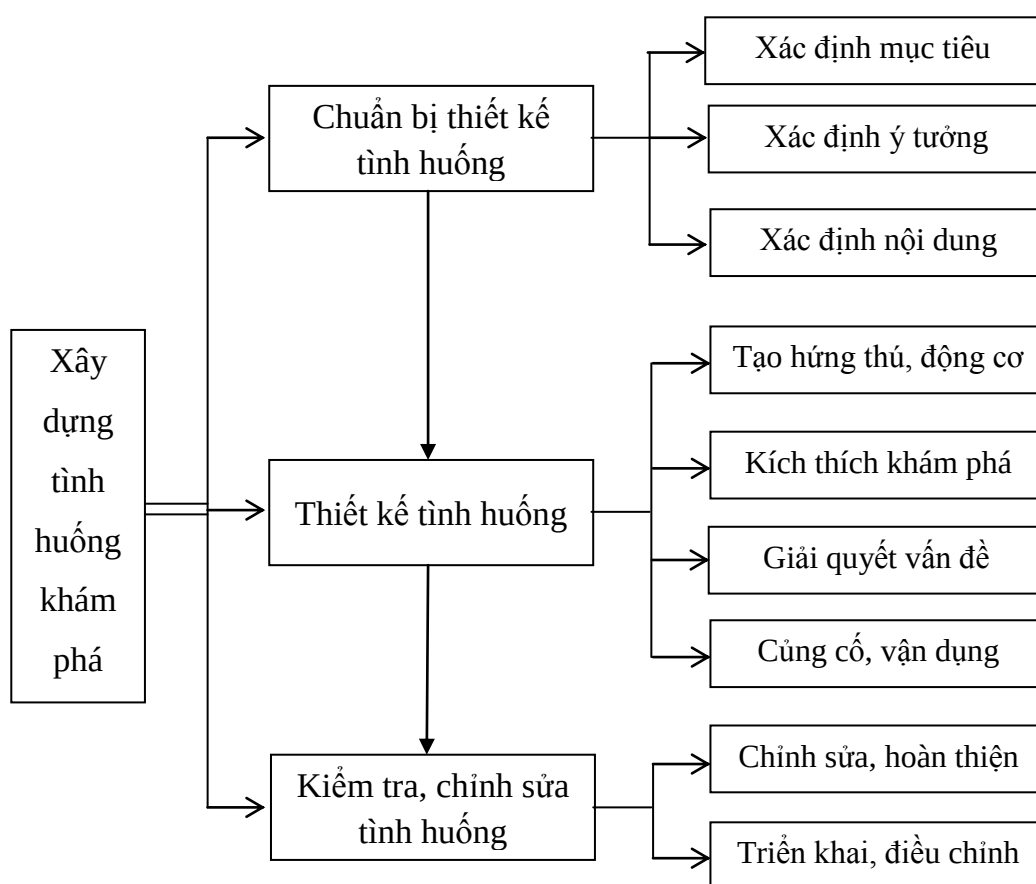
3.2.1. Quy trình xây dựng và sử dụng tình huống

- *Quy trình xây dựng tình huống khám phá:*

Theo Thomas [55], để thiết kế một tình huống trong dạy học cần tiến hành theo 4 bước: Xác định chủ đề → Xác định mục tiêu giảng dạy → Xây dựng nội dung tình huống → Đặt ra nhiệm vụ cho người học. Waterman và

Stanley [116], cũng đã đưa ra quy trình soạn thảo một tình huống như sau: Xác định mục tiêu bài học và cân nhắc các yếu tố khách quan → Chuẩn bị tình huống → Kiểm tra, chỉnh sửa. Theo Bùi Văn Nghị, Nguyễn Tiến Trung [36], thiết kế THDH gồm 5 bước: Nghiên cứu nội dung dạy học, mục tiêu dạy học → Chuẩn bị giáo án → Thực hiện kịch bản THDH → Đánh giá và chỉnh sửa kịch bản → Thực hiện và đánh giá kịch bản THDH đã chỉnh sửa.

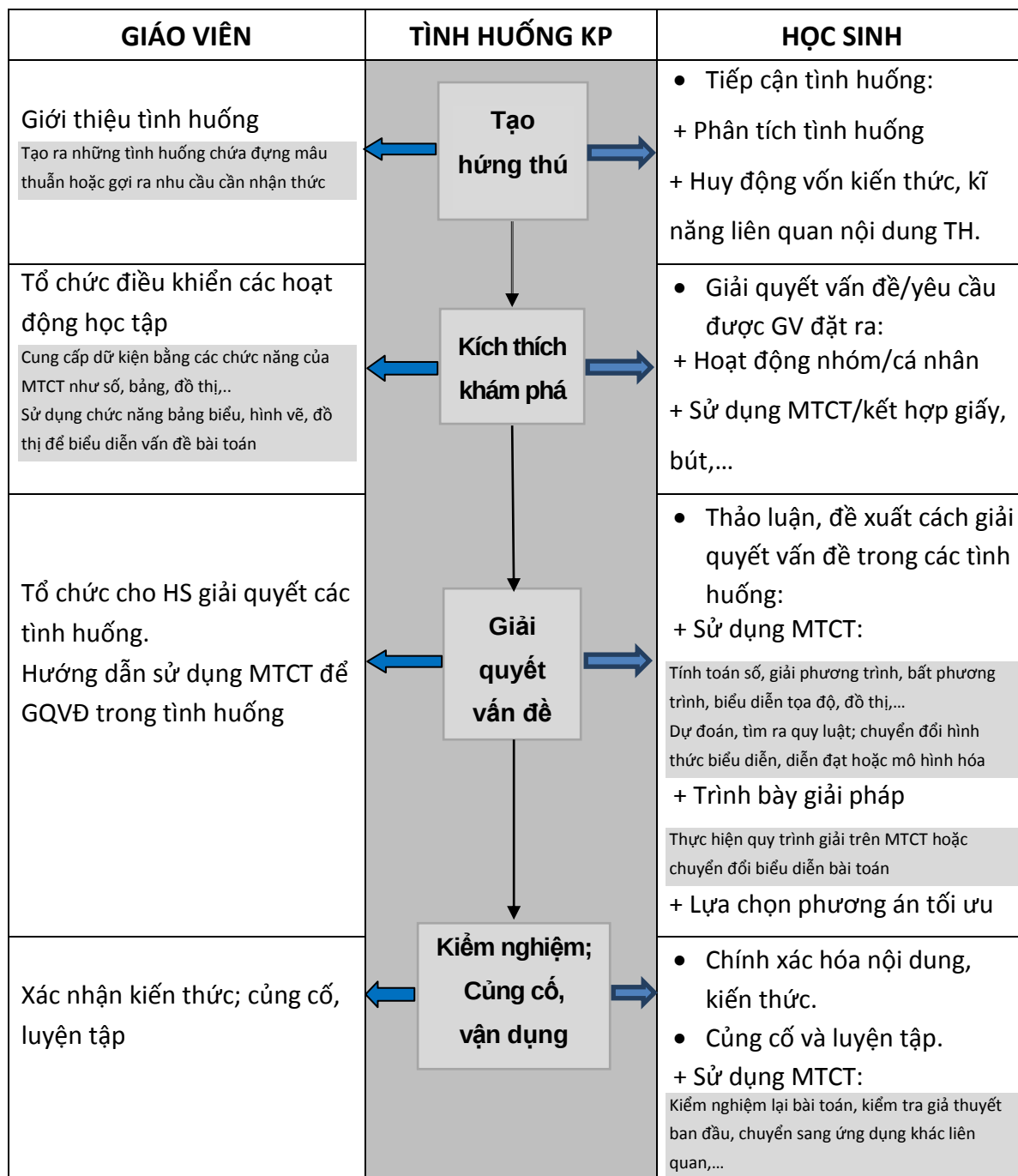
Theo đó, các quy trình thiết kế tình huống có khác nhau, tuy nhiên chúng đều liên quan đến các yếu tố: Mục tiêu, nội dung, phác thảo và điều chỉnh tình huống. Kế thừa các nghiên cứu trên và để phù hợp với việc sử dụng MTCT trong hoạt động dạy học, chúng tôi xây dựng quy trình thiết kế tình huống trong dạy học môn Toán ở cấp THPT với sự hỗ trợ của MTCT theo sơ đồ sau:



Sơ đồ 3.1. Xây dựng tình huống khám phá

Trong luận án, tác giả tập trung xây dựng nội dung ở bước 2 (Thiết kế

tình huống) để làm rõ đặc trưng của tình huống khám phá với sự hỗ trợ của MTCT, quy trình sử dụng tình huống khám phá trong hoạt động dạy học được thực hiện theo sơ đồ sau:



Sơ đồ 3.2. Quy trình sử dụng tình huống khám phá với máy tính cầm tay

Cụ thể các bước ở sơ đồ trên như sau:

1- *Tạo hứng thú, động cơ ở HS*: GV cho HS nghiên cứu nội dung và

yêu cầu của bài toán, hướng dẫn/yêu cầu HS sử dụng MTCT để thực hiện các phép toán như: tính giá trị, lập bảng giá trị, vẽ đồ thị,... ở những trường hợp riêng, quen thuộc với HS. Thông qua các thông tin đó, tạo ra động cơ, hứng thú học tập, khám phá ở HS.

2- *Kích thích khám phá*: Từ những thông tin có được ở bước 1, GV bằng cách đặt ra các câu hỏi/các yêu cầu, tạo ra những mâu thuẫn trong nhận thức của HS, kích thích sự tìm tòi, khám phá, gợi ra nhu cầu nhận thức ở HS.

3- *Giải quyết vấn đề bài toán*: Sau khi xác định được nội dung cần giải quyết của bài toán, HS thực hiện các thao tác trên MTCT. Việc tính toán trên MTCT, tùy vào từng nội dung, yêu cầu của phép toán và tính năng của từng loại MTCT, có những phép tính có thể thực hiện trực tiếp trên các phím chức năng, được cài đặt sẵn, có những phép tính cần phải thực hiện kết hợp các chức năng, cần có những quy trình bấm phím do người sử dụng thiết lập.

4- *Kiểm nghiệm, củng cố, vận dụng*: Với lợi thế trong khâu tính toán, MTCT được sử dụng để kiểm tra tính đúng đắn của giả thuyết ban đầu hoặc kiểm nghiệm trong những trường hợp riêng. Việc củng cố, vận dụng được thực hiện như quy trình giải toán thông thường.

3.2.2. Nhóm tình huống 1: Sử dụng máy tính cầm tay hỗ trợ tính toán; dự đoán quy luật; phân tích vấn đề bài toán

- *Tình huống 1.1: Khám phá các dữ liệu thu nhận được qua tính toán*

a) Mục đích:

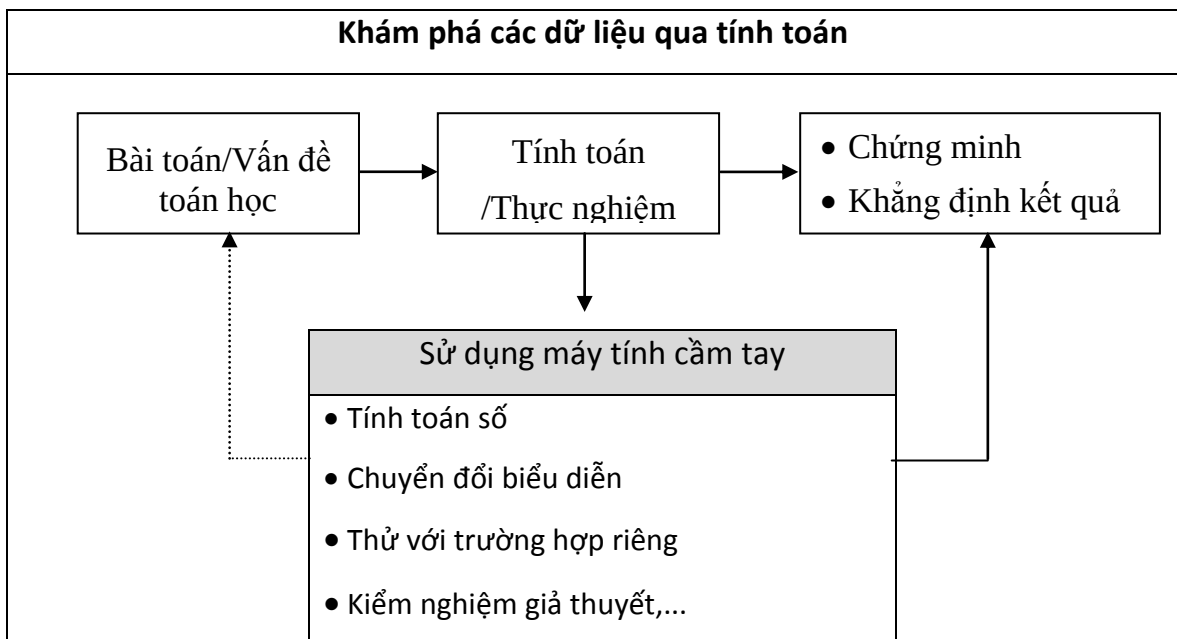
Đối với HS THPT, những yêu cầu cơ bản về tính toán (số học, đại số...) và những kỹ năng trong tính toán như tính nhẩm, biến đổi biểu thức, giải PT, bất PT đơn giản,... đã được trang bị từ những cấp học dưới, do vậy việc sử dụng MTCT để hỗ trợ tính toán thông thường trong hoạt động học tập toán sẽ giúp cho HS có được kết quả nhanh, chính xác, dành nhiều thời gian hơn cho các hoạt động phân tích dữ liệu thu nhận được, từ đó phát hiện và GQVĐ.

b) Cơ sở khoa học và ý nghĩa

Tình huống khám phá được xây dựng dựa trên quan điểm thực nghiệm trong toán học. Theo Weisstein [117]: *Toán học thực nghiệm là một phương pháp tiếp cận với toán học, trong đó **tính toán số** được sử dụng để nghiên cứu các đối tượng toán học và xác định các tính chất và quy luật.* Toán học thực nghiệm được định nghĩa như là "một nhánh của toán học quan tâm đến việc hệ thống hóa và truyền tải những hiểu biết trong cộng đồng toán học thông qua việc sử dụng các thí nghiệm, khai phá các phỏng đoán và hay các niềm tin không chính thức và phân tích cẩn thận các dữ liệu thu được cho các mục tiêu này" [86]. Theo Nguyễn Cảnh Toàn [51], "*Toán học không chấp nhận chứng minh bằng thực nghiệm nhưng khuyến khích tìm tòi bằng thực nghiệm, rồi chứng minh bằng suy diễn*".

Phân tích trên các dữ liệu thu nhận được qua tính toán sẽ tạo điều kiện để HS khám phá, trải nghiệm về những vấn đề chưa biết. Qua hoạt động khám phá trên các dữ liệu thu nhận được, HS có điều kiện quan sát, phỏng đoán và kiểm nghiệm các phỏng đoán đó.

c) Sơ đồ thiết kế tình huống



Sơ đồ 3.3. Quy trình sử dụng MTCT hỗ trợ tính toán

Cụ thể các bước sơ đồ trên như sau:

- *Bước 1.* Nghiên cứu nội dung bài toán (khái niệm, định lí, bài tập,...):

Để tìm hiểu nội dung của bài toán (theo Polya [45], đây là bước đầu tiên – tìm hiểu nội dung bài toán) cần chú ý các yếu tố cơ bản như: 1) Phân biệt cái đã cho, cái phải tìm và cái phải chứng minh; 2) Cần nắm rõ những gì thuộc về bản chất, những gì không thuộc về bản chất của đề bài để hướng sự chú ý vào những chỗ cần thiết; 3) Có thể tóm tắt đề toán bằng hình vẽ, ngôn ngữ hay các kí hiệu ngắn gọn... Ở bước này, GV có thể nêu các câu hỏi để dẫn dắt HS như: Bài toán đã cho biết gì? Bài toán yêu cầu GQVĐ gì?

- *Bước 2.* Tính toán/Thực nghiệm trên MTCT:

HS cần xác định được ở những khâu nào có thể sử dụng MTCT để hỗ trợ tính toán? Tính toán đại lượng nào? Việc tính toán đó phục vụ cho GQVĐ nào mà bài toán cần? Sau khi xác định được nội dung cần tính toán, HS thực hiện các thao tác trên MTCT. Việc tính toán trên MTCT, tùy vào từng nội dung, yêu cầu của phép toán và tính năng của từng loại MTCT, có những phép tính có thể thực hiện trực tiếp trên các phím chức năng, được cài đặt sẵn trên máy tính, có những phép tính cần phải thực hiện kết hợp các chức năng, cần có những quy trình bấm phím do người sử dụng thiết lập.

- *Bước 3.* Chứng minh/Khẳng định kết quả:

Sử dụng kết quả thu nhận được, thực hiện các bước tiếp theo, theo yêu cầu bài toán: Với những kết quả thu được (có chủ đích) từ tính toán, biến đổi biểu thức,... ở bước 2, HS thực hiện các bước giải bài toán.

d) Ví dụ minh họa

Ví dụ 3.1. Xác định số nghiệm của PT sau:

$$-2x^4 + 3x^2 + \frac{3}{8} = \sqrt{3-4x} \text{ trên khoảng } \left[-\sqrt{3}; \frac{3}{4}\right]$$

Với sự hỗ trợ của MTCT, GV thiết kế tình huống để HS khám phá, GQVĐ như sau:

- *Bước 1.* Nghiên cứu yêu cầu của bài toán:

GV. Tổ chức cho HS nghiên cứu yêu cầu bài toán: Bài toán yêu cầu vấn đề gì? Nhận dạng PT? Có thể đề xuất giải pháp GQVĐ?

HS. Nghiên cứu yêu cầu bài toán, rút ra nhận xét: Việc sử dụng các phép biến đổi thông thường có thể dẫn đến giải PT bậc cao, sẽ gặp khó khăn khi giải chúng. Hơn nữa, bài toán không yêu cầu tìm nghiệm PT mà chỉ cần xác định số nghiệm trên khoảng cho trước.

- *Bước 2.* Tính toán trên MTCT:

• *Tạo hứng thú/động cơ:*

GV. Hãy sử dụng chức năng SOLVE, tìm nghiệm gần đúng?

HS. Sử dụng MTCT, tìm nghiệm gần đúng:

$-2X^4 + 3X^2 + \frac{3}{8} = \sqrt{3-4X}$	$-2X^4 + 3X^2 + \frac{3}{8} = \sqrt{3-4X}$
X=	0.5
L-R=	0

- Nhận thấy PT có một nghiệm $x = 0,5$.

GV. Đã khẳng định PT chỉ có một nghiệm trong khoảng $\left[-\sqrt{3}; \frac{3}{4}\right]$?

• *Kích thích khám phá:*

GV. Để chứng minh PT chỉ có một nghiệm trong khoảng $\left[-\sqrt{3}; \frac{3}{4}\right]$

ta có thể sử dụng phương pháp nào?

HS. Thảo luận, đề xuất giải pháp GQVĐ:

+ Sử dụng MTCT để tính một số giá trị của hàm số:

$$y = f(x) = -2x^4 + 3x^2 + \frac{3}{8}, \quad y = g(x) = \sqrt{3-4x} \text{ trong khoảng } \left[-\sqrt{3}; \frac{3}{4}\right].$$

- Lập một bảng gồm hai hàm số và thực hiện các phép tính, kết quả:

	X	F(X)	G(X)
1	-1.732	-8.625	3.1509
2	-0.866	1.5	2.5424
3	0	0.375	1.732

+ Từ bảng giá trị cho thấy: hàm số $g(x)$ có giá trị giảm khi x tăng (dấu hiệu của hàm số nghịch biến); hàm số $f(x)$ không có dấu hiệu của hàm đồng biến hay nghịch biến, tuy nhiên $f(x)$ tăng trong khoảng $\left(0; \frac{3}{4}\right]$.

	X	F(X)
1	0.1	0.375
2	0.2	0.4048
3	0.3	0.4918

	X	F(X)
4	0.3	0.6288
5	0.4	0.8038
6	0.5	1

$\Rightarrow$ nhận định PT có nghiệm duy nhất trong khoảng $\left(0; \frac{3}{4}\right]$.

+ Tiếp tục tính toán giá trị số hàm số $f(x)$ và $g(x)$ trong khoảng $(-\sqrt{3}; 0)$.

	X	F(X)	G(X)
1	-1.732	-8.625	3.1509
2	-1.632	-5.823	3.0867
3	-1.532	-3.601	3.0212

	X	F(X)	G(X)
8	-1.032	1.3013	2.6698
9	-0.932	1.4718	2.5938
10	-0.832	1.6423	2.5155

Cho thấy giá trị lớn nhất của $f(x)$ nhỏ hơn giá trị nhỏ nhất của $g(x)$, trong đó $f(x)$ là hàm số liên tục, $g(x)$ là hàm số nghịch biến $\Rightarrow$ nhận định PT không có nghiệm trong khoảng $(-\sqrt{3}; 0)$.

- Bước 3. Giải quyết vấn đề:

+ Nhận thấy, $x = \frac{1}{2}$ là một nghiệm của PT.

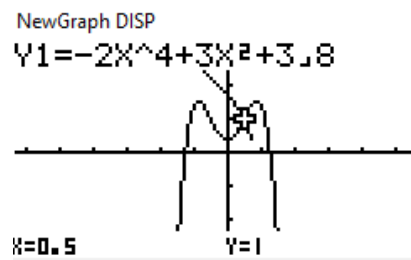
+ Trong khoảng $\left(0; \frac{3}{4}\right]$, $f(x)$ là hàm số đồng biến, do $f'(x) > 0$ và $g(x)$ là

hàm số nghịch biến do $g'(x) = -\frac{2}{\sqrt{3-4x}} < 0$ nên $x = \frac{1}{2}$ là nghiệm duy nhất của

PT trong khoảng $\left(0; \frac{3}{4}\right]$.

+ Trong $[-\sqrt{3}; 0]$, $g(x)$ là hàm số nghịch biến và có giá trị nhỏ nhất $g(0) = \sqrt{3}$, $f(x)$ có giá trị lớn nhất $f(-\frac{\sqrt{3}}{2}) = \frac{3}{2} < \sqrt{3} = g(0)$ nên PT không có nghiệm trong $(-\sqrt{3}; \frac{3}{4}]$. Vậy, PT có duy nhất nghiệm trên khoảng $(-\sqrt{3}; \frac{3}{4}]$.

- *Kiểm nghiệm:* Với MTCT đồ họa, minh họa đồ thị như sau:



HS quan sát đồ thị để đưa ra được những nhận định và lựa chọn phương pháp giải quyết bài toán.

Ví dụ 3.2. (Chủ đề Giới hạn của dãy số, Lớp 11). Cho dãy số được xác định bởi biểu thức:

$$u_n = \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{5 + \sqrt[3]{5 + \dots + \sqrt[3]{5}}}} \quad (n \text{ dấu căn})$$

Chứng minh dãy (u_n) có giới hạn và tìm giới hạn đó.

Với sự hỗ trợ của MTCT, GV thiết kế tình huống để HS khám phá, GQVĐ như sau:

- *Bước 1.* Nghiên cứu yêu cầu của bài toán:

GV. Bài toán yêu cầu vấn đề gì? Nhận dạng dãy số đã cho? Có thể đề xuất giải pháp GQVĐ?

HS. Nghiên cứu yêu cầu bài toán, rút ra nhận xét: Đây là dãy số cho bởi công thức số hạng tổng quát, như vậy có thể sử dụng MTCT để tính toán, nghiên cứu một số số hạng đầu của dãy số; để chứng minh dãy số có giới hạn có thể sử dụng định nghĩa hoặc định lý đã học (dãy số tăng, bị chặn trên hoặc dãy số giảm, bị chặn dưới).

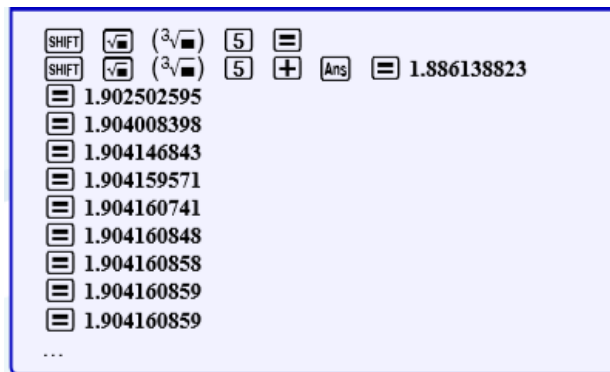
- *Bước 2.* Tính toán trên MTCT:

• *Tạo hứng thú/động cơ:*

GV. Hãy sử dụng MTCT, lập một quy trình bấm phím để tính một số số hạng đầu của dãy số?

HS. Sử dụng MTCT, lập quy trình bấm phím tính số hạng:

- Nhận xét: $u_1 = \sqrt[3]{5}$, $u_n = \sqrt[3]{5 + u_{n-1}}$, $n \geq 2$. Với quy trình bấm phím sau, nhanh chóng tìm được 10 số hạng đầu của dãy số:



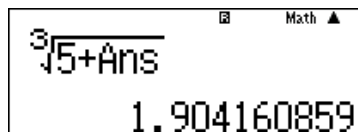
• *Kích thích khám phá:*

GV. Phân tích kết quả trên, rút ra được những nhận xét gì?

HS. Rút ra nhận xét: $u_1 < u_2 < \dots < u_9 < u_{10} \Rightarrow$ nhận định dãy số tăng.

GV. Tiếp tục sử dụng MTCT, tính đến u_{20} , và rút ra nhận xét?

HS. Tính trên MTCT:



- Nhận xét:

+) $u_{10} = u_{11} = \dots = u_{20} = 1.904160859$ (với độ chính xác 9 chữ số sau dấu phẩy).

+) Dự đoán: $u_n < 2$, với $\forall n \in \mathbb{N}^*$.

- *Bước 3.* Giải quyết vấn đề:

+ Bằng phương pháp quy nạp, chứng minh được:

+) Dãy số (u_n) tăng.

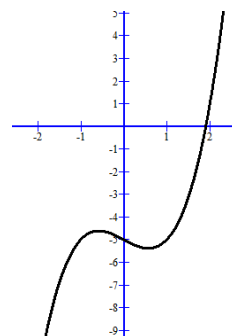
+) Dãy số (u_n) bị chặn trên.

+ Vậy dãy số (u_n) có giới hạn, giả sử giới hạn đó là a . Khi đó:

$$u_n = \sqrt[3]{5 + u_{n-1}}, \quad \lim u_n = a \Rightarrow a = \sqrt[3]{5 + a}$$

Vậy, a là nghiệm của PT: $x^3 - x - 5 = 0$ (1)

GV hướng dẫn HS chứng minh PT (1), có nghiệm duy nhất (chẳng hạn như khảo sát hàm số $y = x^3 - x - 5$, có dạng đồ thị bên hoặc vẽ đồ thị hàm số trên MTCT) và sử dụng MTCT tìm được nghiệm $x \approx 1.904160859$.



- **Tình huống 1.2:** Khám phá bằng phương pháp tìm tòi, dự đoán

a) Mục đích:

Phương tiện trực quan và trực giác là chỗ dựa để dự đoán, do vậy sử dụng MTCT sẽ giúp cho GV tạo ra môi trường học tập thuận lợi cho HS. MTCT có thể mô tả một số đối tượng toán học một cách trực quan (con số, hình ảnh, đồ thị, mô hình hóa,...), HS dựa trên kết quả quan sát được để đưa ra dự đoán ban đầu về tính chất, mối quan hệ mang tính quy luật tồn tại trong các đối tượng nghiên cứu, từ đó sử dụng các thao tác tư duy, rút ra kết luận về những thuộc tính, mối liên hệ giữa các đối tượng trước khi tìm hiểu đầy đủ và lập luận chặt chẽ.

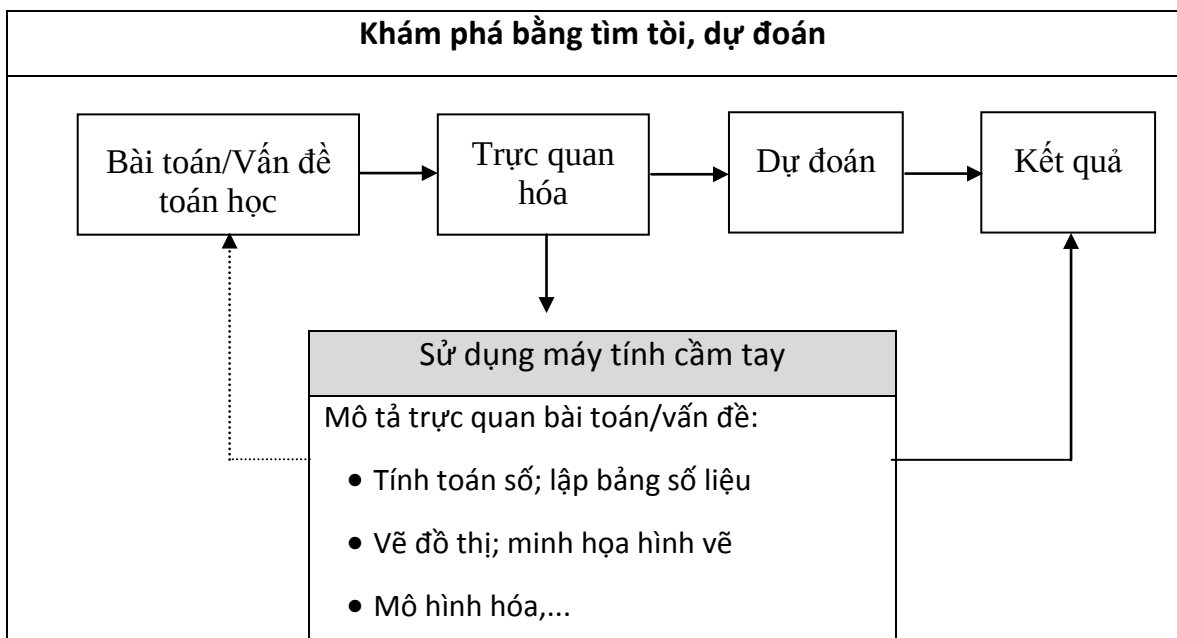
b) Cơ sở khoa học và ý nghĩa

Theo Polya [45] “Dự đoán là những phán đoán dựa trên cơ sở những quan sát đã tiến hành từ trước và sự phù hợp của chúng đối với quy luật đã giả định để đưa ra kết quả của sự quan sát tiếp theo của mình,...”. Tác giả Đào Văn Trung [61] có viết: “Dự đoán là một phương pháp tư tưởng được ứng dụng rộng rãi trong nghiên cứu khoa học. Đó là căn cứ vào các nguyên lý và sự thật đã biết để nêu lên những hiện tượng và quy luật chưa biết hay dự đoán là sự nhảy vọt từ giả thiết sang kết luận”. Trong dạy học môn Toán, khi

đề cập đến vai trò của dự đoán, Polya [45] đã cho rằng: “Tất nhiên chúng ta sẽ học chứng minh, nhưng chúng ta cũng sẽ học cả những dự đoán nữa. Nếu dạy toán phản ánh ở mức độ nào đó việc hình thành toán học như thế nào thì trong quá trình giảng dạy đó phải dành chỗ cho dự đoán, cho suy luận có lí”. Bruner [79] cũng thừa nhận: “Việc đưa ra dự đoán, rồi cố gắng chứng minh hoặc phản đối những dự đoán đó là một trải nghiệm có tác động lớn đối với học sinh”.

Polya [45] cho rằng “Dự đoán và những suy luận có lí cần có một vị trí nhất định nhằm rèn luyện tư duy khoa học cho học sinh”, còn theo Bruner [79]: “Nếu nhìn bản chất của hoạt động toán học một cách toàn diện thì phải thừa nhận rằng, pha quan sát - thực nghiệm - quy nạp cũng góp phần quan trọng vào việc phát triển tư duy cho học sinh”. Do đó, GV cần tạo cơ hội cho HS được tham gia vào các hoạt động dự đoán, bác bỏ, suy nghĩ và kiến tạo kiến thức mới một cách tích cực.

c) Sơ đồ thiết kế tình huống



Sơ đồ 3.4. Khám phá bằng tìm tòi, dự đoán

Mô tả các bước như tại Sơ đồ 3.3, có thêm *Bước 3: Dự đoán*;

- *Bước 3. Dự đoán:* Trong bước này, sau khi những kết quả tính toán trên MTCT đã được trực quan (con số, bảng biểu, đồ thị, hình vẽ,...), HS đưa ra những dự đoán, dựa vào đó để lựa chọn cách chứng minh cho bài toán.

d) Ví dụ minh họa

Ví dụ 3.3. Có bài toán và lời giải sau đây: “Cho dãy số (x_n) được xác định như sau: $x_1 = 2003$, $x_{n+1} = \frac{1+x_n}{1-x_n}$, $\forall n \in N^*$

Hãy tính x_{2005} .

Lời giải

$$\text{Đặt } x_n = \tan y_n, \left(-\frac{\pi}{2} < y_n < \frac{\pi}{2}\right) \Rightarrow \tan y_{n+1} = \frac{\tan \frac{\pi}{4} + \tan y_n}{1 - \tan \frac{\pi}{4} \tan y_n} = \tan \left(y_n + \frac{\pi}{4}\right)$$

Từ đó suy ra $y_{n+1} = y_n + \frac{\pi}{4}$, nên $y_{n+4} = y_n + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$)

Dãy (y_n) có $y_{n+4} = y_n + k\pi$, ($k \in \mathbb{Z}$), $\forall n \in N^*$

Suy ra: $x_{n+4} = \tan y_{n+4} = \tan(y_n + k\pi) = \tan y_n = x_n$, $\forall n \in N^*$

Suy ra $x_{2005} = x_1 = 2003$ ”

Lời giải trên là lời giải hay, độc đáo, nhưng không tự nhiên.

Với MTCT, GV có thể tạo tình huống khám phá bài toán trên dựa vào thực nghiệm như sau:

- *Bước 1:* Tìm hiểu bài toán.

HS thảo luận để đưa ra những nhận xét ban đầu về bài toán như: Dãy số cho bởi công thức truy hồi $\rightarrow$ không khả thi nếu tính tuần tự từ x_1 đến x_{2005} ;

công thức $x_{n+1} = \frac{1+x_n}{1-x_n}$, $\forall n \in N^*$ có thể gợi đến $\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b}$, tuy

nhưng chưa rõ về hướng giải bài toán.

- *Bước 2:* Sử dụng MTCT, trực quan hóa dữ liệu bài toán:

GV. Hãy sử dụng MTCT tính một số số hạng đầu của dãy số?

HS. Tính trực tiếp trên MTCT lần lượt các số hạng $x_2, x_3, \dots, x_{12}, \dots$ hoặc lập một quy trình bấm phím liên tục để tính $x_2, x_3, \dots, x_{12}, \dots$. Chẳng hạn quy trình sau:

Quy trình bấm phím	Kết quả trên MTCT
2003 [=] (tính x_1 , ghi vào ô nhớ [ANS])	2003
$\boxed{\frac{1}{\square}}$ 1 [+] [ANS] $\boxed{\nabla}$ 1 [-] [ANS] (lập công thức truy hồi)	$\frac{1+Ans}{1-Ans}$
[=] (tính x_2 , ghi vào ghi vào ô nhớ [ANS])	$\frac{1+Ans}{1-Ans}$ - 1002 1001
[=] (tính x_3 , ghi vào ghi vào ô nhớ [ANS])	$\frac{1+Ans}{1-Ans}$ - 1 2003
[=] (tính x_4 , ghi vào ghi vào ô nhớ [ANS])	$\frac{1+Ans}{1-Ans}$ 1001 1002
[=] (tính x_5 , ghi vào ghi vào ô nhớ [ANS])	$\frac{1+Ans}{1-Ans}$ 2003
[=] (tính x_6 , ghi vào ghi vào ô nhớ [ANS])	$\frac{1+Ans}{1-Ans}$ - 1002 1001
[=] ,... (mỗi lần bấm [=] cho kết quả của x_n tương ứng)	

• **Bước 3:** Dự đoán kết quả

GV. Hãy quan sát các kết quả nhận được $x_2, x_3, \dots, x_{12}, \dots$ và rút ra nhận xét, dự đoán kết quả?

HS. Dự đoán kết quả:

$$x_1 = x_5 = x_9 = \dots = x_{4k+1}; x_2 = x_6 = x_{10} = \dots = x_{4k+2}$$

$$x_3 = x_7 = x_{11} = \dots = x_{4k+3}; x_4 = x_8 = x_{12} = \dots = x_{4k+4}$$

• **Bước 4:** Trình bày lời giải:

Đến đây, HS chứng minh nhận định trên bằng phương pháp quy nạp.

Nhận xét: Lời giải trên tự nhiên hơn, có được nhờ sử dụng MTCT tính nhanh chóng được một số số hạng đầu của dãy số để đưa ra dự đoán, từ đó lựa chọn được giải pháp giải quyết bài toán. Có thể áp dụng tình huống khám phá này cho nhiều bài toán liên quan tới tính chất của dãy số.

Ví dụ 3.4. Thiết kế tình huống Dạy học định lí về dấu của tam thức bậc hai (SGK Đại số 10) với MTCT Casio fx-9860 như sau:

- *Gợi động cơ, nghiên cứu yêu cầu bài toán*

- GV: Khi học về nhị thức bậc nhất $f(x) = ax + b$, với $a \neq 0$, ta xét dấu của $f(x)$ dựa vào dấu của hệ số a và nghiệm $x = -\frac{b}{a}$ (quy tắc “lớn hơn nghiệm cùng dấu a , nhỏ hơn nghiệm trái dấu a ”). Bây giờ, với biểu thức $f(x) = ax^2 + bx + c$, với $a \neq 0$ (ta gọi là tam thức bậc hai), việc xét dấu của tam thức bậc hai được thực hiện như thế nào? Có áp dụng được quy tắc trên không?

- HS: Nghiên cứu tình huống GV vừa nêu và đưa ra các phương án trả lời (chẳng hạn: khi $f(x) = ax^2 + bx + c$ không có nghiệm thì chắc chắn không thể áp dụng quy tắc như nhị thức,...).

- *Bước 1. Nghiên cứu thực nghiệm với hỗ trợ của MTCT*

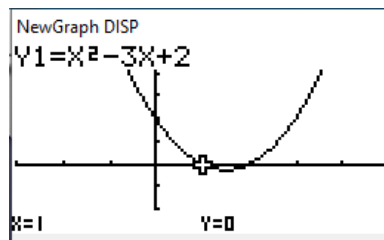
+ **Hoạt động 1.** Yêu cầu HS giải bài toán sau: Cho $f(x) = x^2 - 3x + 2$

a) Vẽ đồ thị hàm số

b) Từ đồ thị của hàm số, hãy tìm x để $f(x) > 0$, $f(x) < 0$.

- HS thực hiện yêu cầu bài toán:

a) Sử dụng MTCT vẽ đồ thị hàm số:



b) $x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$ thì $f(x) > 0$; $x \in (1; 2)$ thì $f(x) < 0$

- Kết luận của GV: có thể dựa vào đồ thị của hàm số $f(x) = x^2 - 3x + 2$ để xét dấu của tam thức $(x^2 - 3x + 2)$, với những giá trị của x làm cho đồ thị hàm số nằm phía trên trục Ox thì dấu của tam thức tại những giá trị x đó mang dấu dương, còn những giá trị của x làm cho đồ thị hàm số nằm phía dưới trục Ox thì dấu của tam thức $(x^2 - 3x + 2)$ tại các giá trị x đó mang dấu âm.

+ **Hoạt động 2.** Nghiên cứu các trường hợp khác nhau của hàm số bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$

- GV: a) Hãy sử dụng MTCT vẽ đồ thị các hàm số $y = f(x)$ sau:

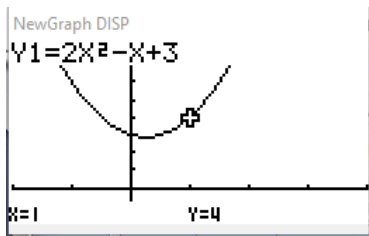
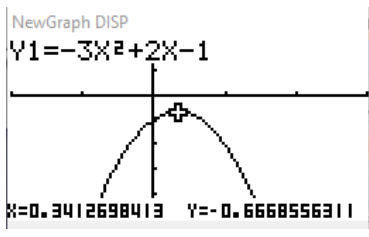
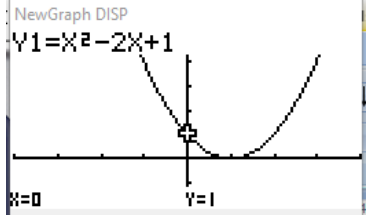
$$y = x^2 - 3x + 2; \quad y = -x^2 + 3x - 2; \quad y = 2x^2 - x + 3;$$

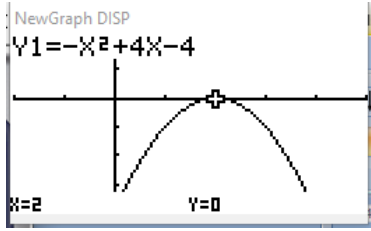
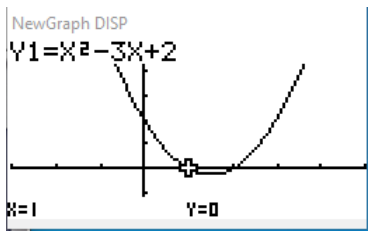
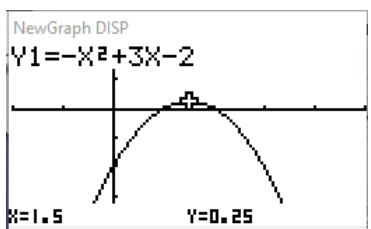
$$y = -3x^2 + 2x - 1; \quad y = x^2 - 2x + 1; \quad y = -x^2 + 4x + 4;$$

(GV: Giao nhiệm vụ cho 6 nhóm HS, mỗi nhóm thực hiện một hàm số)

b) Hoàn thiện kết quả vào bảng sau:

- HS vẽ đồ thị và hoàn thiện bảng:

Hàm số $f(x)$	Đồ thị	Δ	a	$f(x) > 0$	$f(x) < 0$
$y = 2x^2 - x + 3$		-	+	$\forall x \in \mathbb{R}$	$\emptyset$
$y = -3x^2 + 2x - 1$		-	-	$\emptyset$	$\forall x \in \mathbb{R}$
$y = x^2 - 2x + 1$		0	+	$\forall x \neq 1$	$\emptyset$

Hàm số $f(x)$	Đồ thị	Δ	a	$f(x) > 0$	$f(x) < 0$
$y = -x^2 + 4x + 4$		0	-	$\emptyset$	$\forall x \neq 2$
$y = x^2 - 3x + 2$		+	+	$x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$	$x \in (1; 2)$
$y = -x^2 + 3x - 2$		+	-	$x \in (1; 2)$	$x \in (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

• **Bước 2. Dự đoán**

+ **Hoạt động 3.** Nhận xét về giá trị của Δ và dấu của $a.f(x)$

a) Quan sát 6 trường hợp ở Bảng 1, hãy rút ra nhận xét về giá trị của Δ và dấu của $a.f(x)$?

b) Tổng quát: GV đưa ra bảng tổng hợp các dạng của đồ thị hàm bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ với a khác 0 tùy thuộc hệ số a và Δ (thiết kế như bảng dưới đây, tuy nhiên bỏ dấu của a và Δ):

- GV yêu cầu HS: Hãy nhận xét giá trị của Δ và dấu của $a.f(x)$ trong từng hình vẽ?.

- HS thực hiện, sau đó GV tổng kết hoàn thành bảng như sau:

Δ	$\Delta < 0$	$\Delta = 0$	$\Delta > 0$
$a > 0$			
$a < 0$			

• **Bước 3. Khẳng định dự đoán**

+ **Hoạt động 4.** GV cho HS hoàn thiện bảng xét dấu của $a.f(x)$:

Dấu của biệt thức	Dấu của $a.f(x)$
$\Delta < 0$	
$\Delta = 0$	
$\Delta > 0$ (PT $f(x) = 0$ có hai nghiệm $x_1 < x_2$)	

+ **Hoạt động 5.** Xây dựng quy tắc xét dấu của tam thức bậc hai

- GV: Cho $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$. Để xét dấu của $f(x)$ ta cần dựa vào những yếu tố nào?

- HS: Xét dấu của $f(x)$ dựa vào dấu của a và Δ .

- GV đưa ra bảng tóm tắt và nêu quy trình xét dấu của $f(x)$.

Dấu của biệt thức	Dấu của $af(x)$
$\Delta < 0$	$\forall x \in \mathbb{R}, \quad af(x) > 0$

Dấu của biệt thức	Dấu của $af(x)$
$\Delta = 0$	$\forall x \neq -\frac{b}{2a}, \quad af(x) > 0$
$\Delta > 0$ (PT $f(x) = 0$ có hai nghiệm $x_1 < x_2$)	$\forall x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty) \quad af(x) > 0$ $\forall x \in (x_1; x_2) \quad af(x) < 0$

- GV: Hãy phát biểu quy tắc xét dấu $f(x)$?

- HS: Phát biểu các bước để xét dấu của tam thức bậc hai. GV chính xác hóa thành các bước sau:

+ **Bước 1:** Tính Δ .

+ **Bước 2:** - Nếu $\Delta < 0$ thì $f(x)$ cùng dấu a với mọi x thuộc $\mathbb{R}$;

- Nếu $\Delta = 0$ thì $f(x)$ cùng dấu a với mọi x thuộc $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{b}{2a} \right\}$

- Nếu $\Delta > 0$ thì $f(x)$ cùng dấu a với $\forall x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$;
 $f(x)$ trái dấu a với $\forall x \in (x_1; x_2)$

+ **Bước 3:** Từ Bước 2, kết luận về dấu của $f(x)$.

• **Bước 4.** Phát biểu định lý về dấu của tam thức bậc hai

+ **Hoạt động 6.** Phát biểu định lý

- GV: Từ các kết quả trên hãy phát biểu định lý về dấu của tam thức bậc hai $f(x) = ax^2 + bx + c$ với $a \neq 0$?

- HS: Phát biểu định lý; GV chính xác hóa định lý như trong SGK.

• **Bước 5.** Củng cố, vận dụng định lý

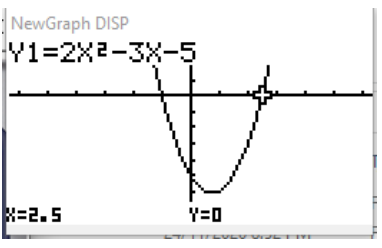
+ **Hoạt động 7.** Giải bài tập sau:

Bài tập. Xét dấu của các tam thức bậc hai sau:

a) $y = 2x^2 - 3x - 5$; $y = -x^2 + 3x - 3$; $y = 4x^2 - 4x + 1$.

b) Vẽ đồ thị các hàm số trên và xác định lại kết quả vừa làm ở ý 1).

- GV hướng dẫn HS sử dụng MTCT để vẽ đồ thị và cho kết quả trực quan hoặc sử dụng MTCT với chức năng giải bất PT để kiểm chứng lại kết quả ở ý 1, chẳng hạn đối với tam thức $y = f(x) = 2x^2 - 3x - 5$:

Bảng đồ thị	Bảng giải bất PT
 + $f(x) > 0: \forall x \in (-\infty; -1) \cup \left(\frac{5}{2}; +\infty\right)$ + $f(x) < 0: \forall x \in \left(-1; \frac{5}{2}\right)$	+ $f(x) > 0:$ $a \quad b \quad c$ $a x^2 + b x + c > 0$ $2 \quad -3 \quad -5$ $X < A, B < X$ $X < -1, \frac{5}{2} < X$ + $f(x) < 0:$ $a \quad b \quad c$ $a x^2 + b x + c < 0$ $2 \quad -3 \quad -5$ $A < X < B$ $-1 < X < \frac{5}{2}$

Tình huống 1.3: Khám phá quy luật toán học

a) Mục đích:

Phát hiện các quy luật toán học đóng một vai trò quan trọng, cho phép HS tìm tòi, khám phá kiến thức mới. Sử dụng MTCT để nghiên cứu đối tượng toán học sẽ có ưu thế đó là tính toán được nhiều kết quả, trực quan kết quả phép tính và dựa trên kết quả đó giúp cho HS phát hiện những mối liên hệ bản chất, ổn định, lặp đi lặp lại giữa các phương diện, các yếu tố, các thuộc tính bên trong của các đối tượng và quan hệ toán học, từ đó giúp HS chủ động hơn trong việc lĩnh hội, tìm tòi, khám phá kiến thức mới.

b) Cơ sở khoa học và ý nghĩa

- *Quy luật toán học:* Trong Toán học, tồn tại những mối liên hệ bản chất, ổn định, tất yếu, lặp đi lặp lại giữa các phương diện, các yếu tố, các thuộc tính bên trong của các đối tượng và quan hệ toán học. Ta gọi chúng là các quy luật toán học. Từ đó, dựa trên quan niệm của triết học duy vật biện chứng về khái niệm quy luật, dựa vào đặc điểm về đối tượng của ngành khoa

học Toán học, theo Comiti [5], quan niệm quy luật toán học là mối liên hệ khách quan, bản chất, tất yếu, phổ biến và lặp lại giữa các mặt, các yếu tố, các thuộc tính bên trong của các đối tượng và quan hệ toán học.

- Dự đoán quy luật toán học

Máy tính cầm tay có lợi thế trong khâu tính toán (tính nhanh, chính xác, số lượng lớn phép tính trong thời gian ngắn), kết quả tính toán được sử dụng để nghiên cứu các đối tượng toán học và xác định các tính chất và quy luật.

c) Một số ví dụ minh họa về tình huống sử dụng MTCT hỗ trợ cho dự đoán quy luật toán học:

Tình huống 1.3.1. Tính toán $\rightarrow$ Quan sát kết quả $\rightarrow$ Nhận ra các mối quan hệ toán học lặp đi lặp lại trong cấu trúc của đối tượng.

Ví dụ 3.5. So sánh $A = (C_n^0)^2 + (C_n^1)^2 + \dots + (C_n^n)^2$ và $B = (C_{2n}^n)$

Thiết kế hoạt động dạy học như sau:

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Nội dung																		
Hoạt động 1: Tính toán những trường hợp riêng của n																				
1) Sử dụng MTCT để tính A và B với $n = 1, 2, 3, 4, 5$? 2) Nhận xét gì về các kết quả vừa tìm được?	1) Sử dụng MTCT để tính toán và điền kết quả vào bảng 2) Rút ra nhận xét: $A = B$ với các trường hợp $n = 1, 2, 3, 4, 5$	1) Kết quả: <table><tr><td>n</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>A</td><td>2</td><td>6</td><td>20</td><td>70</td><td>252</td></tr><tr><td>B</td><td>2</td><td>6</td><td>20</td><td>70</td><td>252</td></tr></table>	n	1	2	3	4	5	A	2	6	20	70	252	B	2	6	20	70	252
n	1	2	3	4	5															
A	2	6	20	70	252															
B	2	6	20	70	252															
Hoạt động 2: Dự đoán về mối quan hệ có tính quy luật giữa các đối tượng toán học trong trường hợp tổng quát.																				
1) Hãy cho biết ý nghĩa toán học của công thức C_{2n}^n ? 2) Phải chăng $C_n^0.C_n^n + C_n^1.C_n^{n-1} + ... + C_n^n.C_n^0$ là số cách lấy ra n phần tử của tập hợp A gồm $2n$ phần tử?	C_{2n}^n là số cách lấy ra n phần tử của tập hợp A gồm $2n$ phần tử.	C_{2n}^n là hệ số của x^n trong khai triển Newton của $(1 + x)^{2n}$: $C_{2n}^n = C_n^0.C_n^n + C_n^1.C_n^{n-1} + ... + C_n^n.C_n^0$ $\forall i \quad (C_n^k)^2 = (C_n^{n-k})^2, \quad 0 \leq k \leq n$ nên ta có $A = B$																		

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Nội dung
	$C_n^0 \cdot C_n^n = (C_n^0)^2$ $C_n^1 \cdot C_n^{n-1} = (C_n^1)^2$ $\dots$ $C_n^n \cdot C_n^0 = (C_n^n)^2$	

Tình huống 1.3.2. Tính toán trường hợp riêng → Kết quả bất biến → Dự đoán về mối quan hệ có tính quy luật giữa các đối tượng toán học trong trường hợp tổng quát.

Ví dụ 3.6. Xét các lũy thừa liên tiếp của số 2: $2, 2^2, 2^3, \dots, 2^n$

1) Khi chia các lũy thừa này cho 5 nhận được các loại số dư nào?

2) Có thể khái quát hóa bài toán trên?

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Nội dung																												
Hoạt động 1: Tính toán để rút ra quy luật của số dư																														
1) Sử dụng MTCT để tính số dư của 20 lũy thừa đầu tiên của 2 khi chia cho 5? 2) Nhận xét gì về các số dư vừa tìm được?	1) Sử dụng MTCT để tính toán và điền kết quả vào bảng 2) Rút ra nhận xét: Chỉ có các số dư là: 2, 4, 3, 1 và chúng được lặp lại tuần hoàn theo thứ tự trên.	1) Kết quả (hàng dưới là số dư khi chia lũy thừa của 2 cho 5): <table><tr><td>2¹</td><td>2²</td><td>2³</td><td>2⁴</td><td>2⁵</td><td>2⁶</td><td>2⁷</td><td>2⁸</td></tr><tr><td>(2</td><td>4</td><td>3</td><td>1)</td><td>(2</td><td>4</td><td>3</td><td>1)</td></tr></table> <table><tr><td>2⁹</td><td>2¹⁰</td><td>2¹¹</td><td>2¹²</td><td>2¹³</td><td>...</td></tr><tr><td>(2</td><td>4</td><td>3</td><td>1)</td><td>(2</td><td>...</td></tr></table>	2 ¹	2 ²	2 ³	2 ⁴	2 ⁵	2 ⁶	2 ⁷	2 ⁸	(2	4	3	1)	(2	4	3	1)	2 ⁹	2 ¹⁰	2 ¹¹	2 ¹²	2 ¹³	...	(2	4	3	1)	(2	...
2 ¹	2 ²	2 ³	2 ⁴	2 ⁵	2 ⁶	2 ⁷	2 ⁸																							
(2	4	3	1)	(2	4	3	1)																							
2 ⁹	2 ¹⁰	2 ¹¹	2 ¹²	2 ¹³	...																									
(2	4	3	1)	(2	...																									
Hoạt động 2: Chứng minh nhận định kết quả từ Hoạt động 1																														
1) Chứng minh nhận định từ kết quả trên?	1) Sử dụng kiến thức số học để chứng minh: Khi chia các lũy thừa của 2 cho 5 nhận được các loại số dư là 2, 4, 3, 1	Với mọi số tự nhiên k, các lũy thừa của 2 sẽ có dạng: 2 ^{4k} , 2 ^{4k+1} , 2 ^{4k+2} , 2 ^{4k+3} . Với mọi k ∈ N thì: 2 ^{4k} = (2 ⁴) ^k ≡ 1 (mod 5); 2 ^{4k+1} = 2.2 ^{4k} ≡ 2 (mod 5) 2 ^{4k+2} = 2 ² .2 ^{4k} ≡ 4 (mod 5); 2 ^{4k+3} = 2 ³ .2 ^{4k} ≡ 3 (mod 5)																												

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Nội dung
Hoạt động 3: Khám phá kết quả từ 1), khái quát hóa bài toán		
1) Gợi ý một số dạng tương tự, chẳng hạn: Bài toán 2. Tìm các số dư khi chia các lũy thừa $3, 3^2, 3^3, \dots, 3^n$ cho 4? Bài toán 3. Tìm hai chữ số cuối cùng của số 2^{2017}?	- Dễ dàng rút ra được kết quả tương tự bài toán 1. - Giải như bài toán 1 (nhưng phải tính toán nhiều hơn).	Đến đây, bằng hoạt động <i>quan sát, so sánh, HS dự đoán</i> được quy luật số dư các lũy thừa của 2 khi chia cho 100 tuần hoàn chu kỳ 20 số. Mặt khác, HS cũng phát hiện điều khác bài toán 1 ở chỗ <i>số dư không lặp lại ngay từ lũy thừa đầu tiên</i>.
2) Khái quát hóa bài toán 1?	Thảo luận, phát biểu bài toán tổng quát về số dư khi chia $a, a^2, a^3, a^4, \dots, a^m, a^{m+1}$ cho m, với m khác 0.	Bài toán tổng quát: Đối với các số tự nhiên a và m tùy ý khác 0, các số dư của phép chia $a, a^2, a^3, a^4, \dots$ cho m lặp lại một cách tuần hoàn (có thể không bắt đầu từ đầu).
Hoạt động 4: Chứng minh bài toán tổng quát		
Xét các số dư của $a, a^2, a^3, a^4, \dots, a^m, a^{m+1}$ khi chia cho m. Lưu ý ở đây ta có $m + 1$ lũy thừa của a? - Nhận được những số dư nào? - Có phép chia nào có số dư bằng nhau không? Tại sao? - Chẳng hạn hai số a^k và a^{k+l}, trong đó $l > 0$ có cùng số dư khi chia cho m: chứng minh bắt đầu từ vị trí tương ứng với a^k các số dư lặp lại tuần hoàn?	- Thảo luận để đưa ra nhận định: + Khi chia $a, a^2, a^3, a^4, \dots, a^m, a^{m+1}$ cho m chỉ có thể có các số dư $\{0, 1, 2, \dots, m-2, m-1\}$ + Vì $m + 1$ số $a, a^2, a^3, a^4, \dots, a^m, a^{m+1}$, nên trong các số trên phải có hai số có cùng số dư khi chia cho m. + Chứng minh: $a^k \equiv a^{k+l} \pmod{m}$ $\Rightarrow a^n \equiv a^{n+l} \pmod{m}$ với mọi $n \geq k$	Ta lấy $m + 1$ lũy thừa đầu tiên: $a, a^2, a^3, a^4, \dots, a^m, a^{m+1}$ và xét các số dư của chúng khi chia cho m. Vì khi chia cho m chỉ có thể có các số dư $\{0, 1, 2, \dots, m-2, m-1\}$, mà lại có $m + 1$ số, nên trong các số trên phải có hai số có cùng số dư khi chia cho m. Chẳng hạn hai số đó là a^k và a^{k+l}, trong đó $l > 0$. Khi đó: $a^k \equiv a^{k+l} \pmod{m}$ (1) Với mọi $n \geq k$ nhân cả hai vế của phép đồng dư (1) với a^{n-k} sẽ được: $a^n \equiv a^{n+l} \pmod{m}$ Điều này chứng tỏ rằng bắt đầu từ vị trí tương ứng với a^k các số dư lặp lại tuần hoàn.

Nhận xét: trong THDH trên, lợi ích của việc sử dụng MTCT được thể hiện:

(1) Tính nhanh và chính xác các số dư (bằng một quy trình bấm phím), nếu tính toán bằng giấy, bút sẽ mất rất nhiều thời gian, do đó HS dành nhiều thời gian hơn cho GQVĐ thay vì phải mất thời gian tính toán.

- Bảng quy trình bấm phím (trên máy *Casio fx-570 VN*):

1 [SHIFT] [STO] [A] 2 [xⁿ] [ANPHA] [A] [▷] [ANPHA] [÷R] 5
[ANPHA] [:] [ANPHA] [A] [ANPHA] [=] [ANPHA] [A] [+] 1 [CALC] [=] ...

Ta có ngay kết quả và viết kết quả vào hai hàng: hàng trên ghi các lũy thừa, hàng dưới ghi số dư tương ứng khi chia các lũy thừa này cho 5:

2^1	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}	2^{13}	...
(2	4	3	1)	(2	4	3	1)	(2	4	3	1)	(2	...

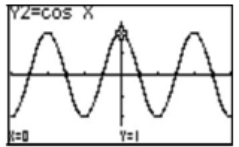
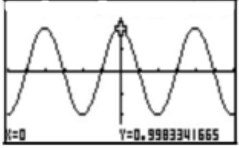
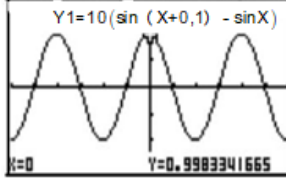
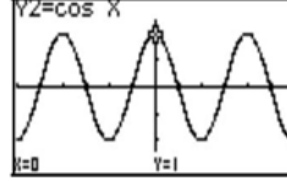
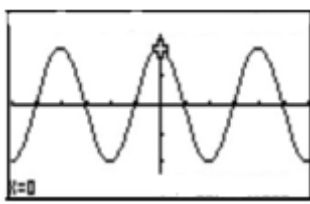
(2) Từ số lượng lớn kết quả tính toán được, HS dễ dàng quan sát, so sánh, dự đoán và chứng minh được nhận định; từ những bài toán tương tự được GV gợi ý, HS có thể khái quát hóa được bài toán: đây là những năng lực cần thiết cần hình thành ở HS.

**Tình huống 1.3.3. Tính toán → Quan sát mối liên hệ ổn định, lặp lại →
Thiết lập mối quan hệ toán học mới.**

Ví dụ 3.7. Khi học về khái niệm đạo hàm, SGK Đại số và Giải tích 11 giới thiệu hoạt động để dẫn đến khái niệm đạo hàm bởi 02 bài toán: *Bài toán tìm vận tốc tức thời* và *Bài toán tìm cường độ tức thời*, đưa đến việc tìm giới hạn dạng:

$$\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} \quad \text{hay} \quad \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Tuy nhiên, với nhiều HS, cách tiếp cận này còn khó hiểu. Để khám phá khái niệm đạo hàm, với một MTCT đồ họa, có thể trực quan như sau:

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Nội dung
Hoạt động 1: Vẽ đồ thị các hàm số		
Vẽ đồ thị các hàm số sau: 1) $y = \cos x$? 2) $y = \frac{\sin(x + 0,1) - \sin x}{0,1}$	Sử dụng MTCT để vẽ đồ thị $y = \cos x$ và đồ thị hàm số $y = \frac{\sin(x + 0,1) - \sin x}{0,1}$	- Đồ thị $y = \cos x$:  - Đồ thị $y = \frac{\sin(x + 0,1) - \sin x}{0,1}$ 
Hoạt động 2: Quan sát, so sánh, phân tích đồ thị các hàm số		
- HS quan sát, phân tích đồ thị các hàm số vừa vẽ trên MTCT:    Hình 1. Mối liên hệ của hàm số $f(x) = \frac{\sin(x + 0,1) - \sin x}{0,1}$ và $f(x) = \cos x$. - HS rút ra nhận xét: Quan sát hình 1 cho thấy, đồ thị của hàm số $y = \frac{\sin(x + 0,1) - \sin x}{0,1}$ “rất gần” với đồ thị của $y = \cos x$ (mặc dù giá trị của $h = 0,1$ không quá nhỏ).		
- Tiếp tục yêu cầu vẽ đồ thị các hàm số dạng $y = \frac{\sin(x + h) - \sin x}{h}$ khi cho h những giá trị đủ nhỏ. - Quan sát các đồ thị vừa vẽ, rút ra nhận xét?	- Vẽ đồ thị khi cho h một giá trị nhỏ (chẳng hạn $h = 0,0001$) Nhận xét: khi h càng nhỏ, đồ thị hàm số: $y = \frac{\sin(x + h) - \sin x}{h}$ càng gần giống với đồ thị hàm số $y = \cos x$	- Đồ thị hàm số $y = \frac{\sin(x + 0,0001) - \sin x}{0,0001}$ 

Đến đây, HS có thể khám phá chi tiết hơn với giá trị nhỏ hơn của h , để có được một cảm giác trực quan cho quá trình giới hạn. Từ đó, giúp HS hình thành khái niệm đạo hàm.

- *Tình huống 1.4: Sử dụng MTCT phân tích vấn đề bài toán*

a) Mục đích:

Máy tính cầm tay có thể mô tả một số đối tượng toán học một cách trực quan (con số, hình ảnh, đồ thị, mô hình hóa,...), HS dựa trên kết quả quan sát được để đưa ra dự đoán có căn cứ khoa học về đối tượng toán học đó, về đặc tính, bản chất của các mối liên hệ giữa các đối tượng toán học được nghiên cứu, cũng như về bản chất của các yếu tố quy định các mối liên hệ đó, đồng thời với lợi thế trong khâu tính toán, MTCT được sử dụng để kiểm tra tính đúng đắn của bài toán, kiểm định giả thiết bài toán trong những trường hợp riêng, biểu diễn trực quan đối tượng hoặc đưa ra phản ví dụ để bác bỏ vấn đề bài toán đã đặt ra.

b) Cơ sở khoa học và ý nghĩa

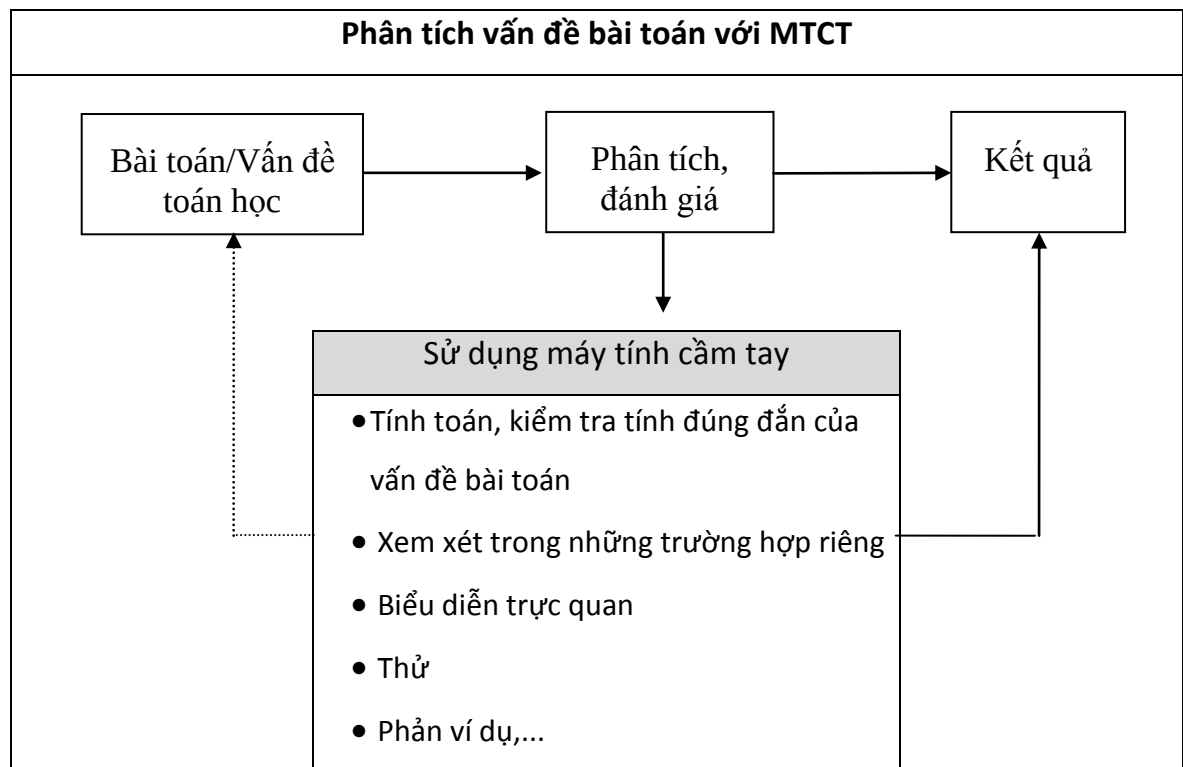
Theo G.Polia [45], quy trình giải bài toán gồm 4 bước: 1-Tìm hiểu vấn đề bài toán; 2- Lập chương trình giải; 3- Thực hiện chương trình giải; 4- Tổng kết (Đánh giá, tìm hiểu sâu bài toán).

Vận dụng quy trình giải bài toán của G.Polia, việc phân tích, tìm hiểu, đánh giá vấn đề bài toán được thực hiện với sự hỗ trợ của MTCT có thể sử dụng ở bước 1 (tìm hiểu vấn đề bài toán) hoặc ở bước 4 (đánh giá, tìm hiểu sâu bài toán). Các câu hỏi được đặt ra, theo Chu Cẩm Thơ [56], ở bước 1, thường đặt ra các câu hỏi: Cái gì chưa biết? Cái gì đã biết? Có thể làm thỏa mãn điều kiện của bài toán không? Điều kiện có đủ để xác định cái chưa biết không? ở bước 4, thường đặt ra những câu hỏi: Có thể kiểm tra lại kết quả giải được không? Quá trình giải? Có thể nhận kết quả bằng cách

khác được không? Có thể sử dụng kết quả, phương pháp của bài toán vào có bài toán khác được không?

Giải quyết được các câu hỏi đó, với sự hỗ trợ của MTCT sẽ giúp cho HS phân tích, tìm hiểu, đánh giá được các vấn đề của bài toán. Chính vì vậy, để nâng cao hiệu quả hoạt động dạy học toán ở trường phổ thông, tôi đề xuất một số hoạt động cơ bản giúp HS thực hiện phân tích, đánh giá vấn đề bài toán trong quá trình học tập môn theo hướng tìm tòi, phát hiện tri thức mới với sự hỗ trợ của MTCT như sau:

c) Sơ đồ thiết kế tình huống



Sơ đồ 3.5. Phân tích vấn đề bài toán với MTCT

Cụ thể, ở sơ đồ trên MTCT có thể hỗ trợ một số hoạt cơ bản trong tiến trình phân tích, đánh giá vấn đề bài toán như sau:

(1) Tính toán để kiểm tra tính đúng đắn của vấn đề

Với lợi thế trong khâu tính toán, MTCT được sử dụng để kiểm tra tính đúng đắn của vấn đề bài toán đặt ra.

(2) Xem xét vấn đề bài toán trong trường hợp riêng

Với những bài toán được phát biểu dưới dạng tổng quát, có thể sử dụng MTCT để kiểm định vấn đề trong những trường hợp riêng.

(3) *Sử dụng biểu diễn trực quan*

Sử dụng trục số, đường tròn, đồ thị... để kiểm tra về nghiệm của một PT hay hệ PT, sử dụng hình vẽ để kiểm tra về mối liên hệ giữa các điểm, đường thẳng, mặt phẳng trong hình học,...

(4) *Thử*

Thử là hoạt động thường được dùng để kiểm tra kết quả một cách thuần túy, hoặc kiểm tra quá trình suy nghĩ, lập luận. MTCT có thể được sử dụng để hỗ trợ cho hoạt động này (thông qua tính toán, vẽ hình, đồ thị, thử với những trường hợp riêng...).

(5) *Tìm phản ví dụ*

Để kiểm định một vấn đề, nhất là vấn đề được phát biểu dưới dạng tổng quát, ta có thể tìm những phản ví dụ. Hoạt động này được sử dụng trong việc bác bỏ vấn đề.

d) Một số ví dụ minh họa

Ví dụ 3.8. Với lợi thế trong khâu tính toán, MTCT được sử dụng để kiểm tra tính đúng đắn của vấn đề bài toán. Chẳng hạn, để kiểm tra tính chất tăng và bị

chặn của dãy số (u_n) cho bởi công thức:
$$\begin{cases} u_1 = \sqrt{2} \\ u_{n+1} = \sqrt{2 + u_n} ; \quad n \in \mathbb{N}^* \end{cases}$$

Với một quy trình bấm phím sau, nhanh chóng tính được những số hạn đầu của dãy số (u_n) :

$$\sqrt{} \ 2 \ = \ \sqrt{} \ (\ 2 \ + \ \boxed{\text{ANS}} \) \ = \ \dots \ = \ \dots$$

ta được kết quả sau (độ chính xác 10^{-9}):

n	u_n	n	u_n	n	u_n
1	1,414213562	8	1,999962351	15	1,999999998
2	1,847759065	9	1,999990588	16	1,999999999

n	u_n	n	u_n	n	u_n
3	1,961570561	10	1,999997647	17	2,000000000
4	1,990369453	11	1,999999412	18	2,000000000
5	1,997590912	12	1,999999853	19	2,000000000
6	1,999397637	13	1,999999963	20	2,000000000
7	1,999849404	14	1,999999991	21	2,000000000

Dựa vào kết quả trên giúp cho việc dự đoán:

1) Dãy số (u_n) là dãy tăng

2) Dự đoán giới hạn của dãy số bằng 2

Chứng minh nhận định trên:

+ Bằng phương pháp quy nạp ta chứng minh được dãy số (u_n) tăng và bị chặn $\Rightarrow$ dãy (u_n) có giới hạn.

+ Gọi giới hạn đó là a : $\lim u_n = a$. Lấy giới hạn hai vế của công thức truy hồi xác định dãy số (u_n) ta được:

$$\lim u_n = \lim(\sqrt{2+u_n}) \text{ hay } a = \sqrt{2+a} \Leftrightarrow \begin{cases} a \geq 0 \\ a^2 = 2+a \end{cases} \Leftrightarrow a = 2$$

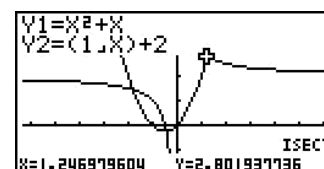
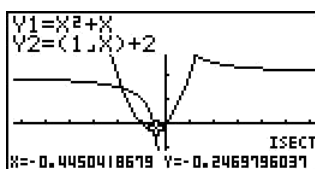
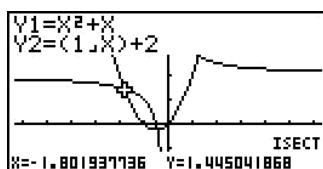
Ví dụ 3.9. Khi thực hiện giải bài toán:

Số nghiệm của phương trình $x^2 + x = \frac{1}{x} + 2$ là:

A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Với MTCT đồ họa, sử dụng chức năng vẽ đồ thị các hàm số

$y_1 = x^2 + x$; $y_2 = \frac{1}{x} + 2$, ta có kết quả sau:



Dựa vào kết quả trên, giúp cho HS có định hướng cách giải bài toán.

Ví dụ 3.10. Khi nghiên cứu để giải bài tập sau: Trong hệ tọa độ ($Oxyz$) cho hai đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$; $d': \frac{x-1}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z}{1}$ và điểm $M_0(1; 0; -1)$.

1). Lập PT đường thẳng Δ đi qua M_0 và cắt hai đường thẳng d, d' .

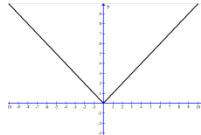
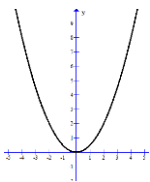
HS đặt ra vấn đề bài toán: Đường thẳng Δ cần tìm sẽ là giao tuyến của hai mặt phẳng: mặt phẳng (P) đi qua M_0 và d , mặt phẳng (Q) đi qua M_0 và d' . Từ giả thuyết đã đặt ra, HS giải và tìm được PT đường thẳng

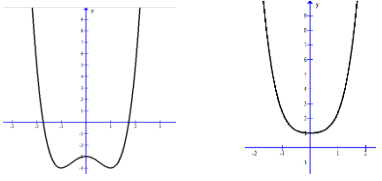
$$\Delta: \begin{cases} x + z = 0 \\ 2x + y - z - 3 = 0 \end{cases}$$

Đến đây, GV có thể yêu cầu HS kiểm tra tính đúng đắn của vấn đề đã nêu, chẳng hạn như: thử xem giao điểm của d' và Δ có tọa độ như thế nào? Tính tọa độ vectơ chỉ phương của d' , Δ ? Từ đó rút ra nhận xét về kết quả đã dự đoán?

Bằng MTCT, HS dễ dàng thử được và thấy rằng d' và Δ không cắt nhau, do vậy vấn đề đặt ra ban đầu không đúng.

Ví dụ 3.11. Minh họa một THDH, trong đó có khâu hướng dẫn HS phân tích, tìm hiểu vấn đề bài toán, nội dung “Hàm số chẵn, hàm số lẻ”.

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Nội dung
Hoạt động 1: Hình thành các vấn đề về bài toán		
1) Vẽ đồ thị các hàm số: $y = x $; $y = 2x^2$	- Sử dụng MTCT vẽ đồ thị các hàm số $y = x $; $y = 2x^2$ (HS có thể vẽ phác họa đồ thị trên giấy đồ thị các hàm số). - Thảo luận để rút ra nhận xét: các hàm số $y = x $; $y = 2x^2$ là hàm số chẵn - Nhận trục tung làm trục đối xứng.	- Đồ thị hàm số $y = x $  và $y = \frac{1}{2}x^2$ 

Hoạt động của GV	Hoạt động của HS	Nội dung
3) Nhận định đó có đúng cho các hàm số sau không? $y = x^4 - 2x^2 - 3;$ $y = x^4 + \sqrt{x^2 + 1}$	- Thảo luận nhóm: phân tích đồ thị, nêu vấn đề rút ra được:	 ĐTHS $y = x^4 - 2x^2 - 3$ ĐTHS $y = x^4 + \sqrt{x^2 + 1}$ Vấn đề: Hàm số chẵn có đồ thị đối xứng với trục tung
Hoạt động 2: Kiểm tra tính đúng đắn của vấn đề		
Giả sử $M(x_0 ; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$: + Điểm M' đối xứng với M qua trục Oy có tọa độ? + Chứng minh M' cũng thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$?	+ $M(x_0 ; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$, khi đó vì $f(x_0) = f(-x_0) = y_0$ nên điểm $M'(-x_0 ; y_0)$ cũng thuộc đồ thị hàm số $y = f(x)$	Ta có: $\begin{cases} x' = -x \\ y' = y \end{cases}$ (trong đó, $(x ; y)$, (x' , y') lần lượt là tọa độ của điểm M , M'). Đây là biểu thức của phép đối xứng trục Oy . Vậy, đồ thị hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.

3.2.3. Nhóm tình huống 2: Sử dụng máy tính cầm tay hỗ trợ hoạt động mô hình hóa toán học

a) Mục đích:

Tầm quan trọng và các ứng dụng của mô hình toán học trong dạy học đã được đề cập trong nhiều nghiên cứu (Pollak, 1970; Blum & Niss, 1991; Lesh & Doerr, 2003). Theo Nguyễn Danh Nam [33], hoạt động mô hình hóa giúp HS phát triển sự thông hiểu các khái niệm và quá trình Toán học, hệ thống hóa các khái niệm, ý tưởng Toán học và nắm được cách thức xây dựng mối quan hệ giữa các ý tưởng đó. Cách tiếp cận này giúp việc học Toán của HS trở nên có ý nghĩa hơn, tạo động cơ và niềm say mê học Toán.

Theo Nguyễn Dương Hoàng [18], hoạt động mô hình hóa toán học trong dạy học Toán có vai trò: (1) Tăng cường mối liên hệ toán học với thực tiễn; (2) Phát triển năng lực GQVĐ thực tiễn; (3) Phát triển tư duy sáng tạo

Hiện nay, ứng dụng của công nghệ có thể được sử dụng theo nhiều cách trong quá trình mô hình hóa toán học. Chẳng hạn, việc mô phỏng trên MTCT có thể được sử dụng để phát triển các mô hình toán học để HS cảm nhận được tầm quan trọng của các tham số trong một mô hình; dữ liệu từ MTCT tạo ra những điều kiện thuận lợi để thu thập dữ liệu, qua đó để xác nhận các mô hình; MTCT cũng có thể được sử dụng để thực hiện phần GVĐ toán học trong trong điều kiện thời gian hạn chế của lớp học, cho phép người học có thời gian để phát triển các kỹ năng xây dựng và sửa đổi mô hình.

b) Cơ sở khoa học và ý nghĩa

Theo Nguyễn Thị Tân An [1]: trong dạy học Toán, mô hình hóa cho phép HS kết nối toán học trong nhà trường với thực tiễn, cung cấp một bức tranh rộng hơn, phong phú hơn về toán học, giúp việc học toán trở nên ý nghĩa hơn. Mô hình hóa toán học là quá trình chuyển đổi từ vấn đề thực tiễn sang vấn đề toán học bằng cách thiết lập và giải quyết các mô hình toán học. Như vậy, có thể hiểu, mô hình hóa toán học là phương pháp giúp HS tìm hiểu, khám phá các tình huống xuất phát từ thực tiễn bằng các công cụ và ngôn ngữ toán học, từ đó vận dụng kiến thức, kỹ năng toán học để giải quyết bài toán đặt ra. Mô hình hóa toán học giúp HS phát triển sự thông hiểu giữa các khái niệm và quá trình toán học (theo [100]); phát triển các kỹ năng hợp tác và nhận thức ở mức độ cao [(theo 29)].

Trong chương trình môn Toán ở phổ thông, quá trình mô hình hóa được thông qua ngôn ngữ toán học như: hình vẽ, bảng biểu, hàm số, đồ thị, PT, hệ PT, sơ đồ, biểu đồ, biểu tượng, kí hiệu, công thức hay thậm chí cả các mô hình ảo trên máy vi tính (theo [13]). Trong Chương trình GDPT 2018 [4], một trong những năng lực cần hình thành và phát triển cho người học trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông hiện nay đó là năng lực mô hình hóa toán học. Thông qua hoạt động mô hình hóa sẽ phát triển hứng thú học tập, kích thích sự tìm tòi, sáng tạo trong quá trình khám phá, lĩnh hội kiến thức

mới; giúp các em thông hiểu các khái niệm và quá trình toán học, hệ thống hóa khái niệm, ý tưởng toán học và nắm được cách xây dựng mối liên hệ giữa các ý tưởng đó.

c) Nội dung và tổ chức thực hiện

Dựa trên các kết quả đã được tổng hợp và để phù hợp với việc sử dụng MTCT trong thực hiện mô hình hóa toán học. Trong phần này, chúng tôi tập trung vào mô hình toán học ở hai tình huống sau đây:

Tình huống 2.1: Lập và sử dụng mô hình cho bởi tập số liệu thể hiện sự thay đổi theo biến số rời rạc.

Ở tình huống này, theo Trần Vui [72], với biến số rời rạc cần phải xử lý biến số một cách phù hợp với một hệ trục tọa độ, sau đó vẽ các điểm số liệu để có biểu đồ phân tán. Dựa vào hình dáng của biểu đồ phân tán, HS có thể dự đoán được đồ thị của hàm số nào sẽ phù hợp nhất với tập số liệu.

- Các bước thiết kế tình huống như sau:

- + *Bước 1. Chọn biến số:* Xác định biến số có thể được sử dụng để biểu thị hàm số. Gán một kí hiệu, chẳng hạn x cho một biến số rồi biểu thị các biến khác theo kí hiệu này.
- + *Bước 2. Lập lại bảng số liệu:* Bảng số liệu gồm 2 cột, cột đầu là biến số x , cột hai là giá trị hàm số $f(x)$ tương ứng.
- + *Bước 3. Vẽ biểu đồ phân tán:* Chọn hai cột số, sử dụng MTCT để vẽ biểu đồ phân tán.
- + *Bước 4. Lập mô hình:* Chọn loại hàm số phù hợp nhất với biểu đồ phân tán. Trích xuất hàm số mô hình phù hợp.
- + *Bước 5. Sử dụng mô hình:* Sử dụng hàm số để trả lời câu hỏi đặt ra trong bài toán.

Ví dụ 3.12. Khi nghiên cứu về sự phát triển hệ thống khách sạn của thành phố (Y) trong một số năm (X) của thế kỷ XX. Nhóm nghiên cứu đã thu thập được số liệu ở bảng dưới đây:

Năm (X)	1920	1928	1938	1951	1957	1964	1966	1968	1972	1982
Số KS (Y)	15	20	17	25	29	42	53	47	75	88

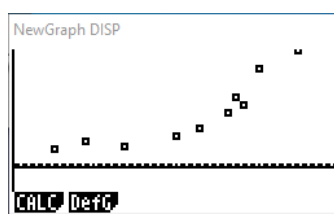
Bài toán đặt ra: Sự phát triển của số lượng khách sạn của thành phố có thể được mô tả bằng (hoặc gần đúng) bởi một hàm số nào? Dựa vào mô hình đó, dự đoán sự phát triển khách sạn của thành phố trong tương lai?

- Với MTCT *Casio fx-9860* có thể hỗ trợ giải quyết bài toán:

- **Bước 1.** Viết lại số liệu, với 20 là năm 1920, thứ tự lấy hai số cuối của các năm trong bảng trên, x là biến số chỉ năm.
- **Bước 2.** Lập lại bảng số liệu:

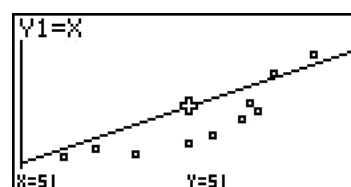
Năm x	Số khách sạn $f(x)$		Năm (X)	Số khách sạn của thành phố (Y)
20	15		1920	15
28	20		1928	20
38	17		1938	17
51	25	←	1951	25
57	29		1957	29
64	42		1964	42
66	53		1966	53
68	47		1968	47
72	75		1972	75
82	88		1982	88

- **Bước 3.** Vẽ biểu đồ phân tán từ bảng số liệu: Sử dụng MTCT để vẽ

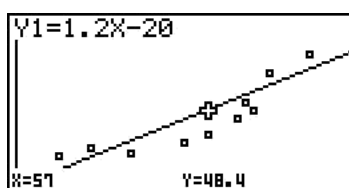


- **Bước 4.** Lập mô hình:

+ Để khám phá mối quan hệ giữa x và $f(x)$, ở đây là tìm các hàm số phù hợp với dữ liệu. Nhập dự đoán ban đầu cho một hàm số có thể phù hợp với dữ liệu, chẳng hạn $y = x$.

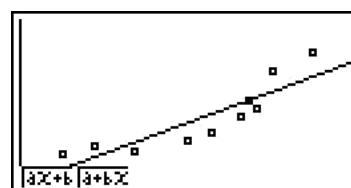


+ Theo dõi các dữ liệu hoặc đồ thị để so sánh. Trong các màn hình ở trên, hàm số $y = x$ không phải là tốt, vì hầu hết các điểm nằm dưới đường kẻ. Một dự đoán tốt hơn có thể là cho một đường có hệ số góc giảm xuống một chút. Biểu đồ dưới đây cho thấy một dự đoán như vậy với $y = 1.2x - 20$.



+ Tính toán và vẽ một đường thẳng phù hợp nhất thông qua các điểm dữ liệu. Các màn hình dưới đây cho thấy một hàm tuyến tính thông qua các dữ liệu ở dạng $y = ax + b$.

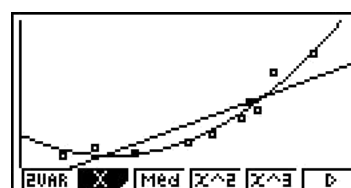
```
LinearReg(ax+b)
a = 1.09341442
b = -18.600427
r = 0.87974706
r^2 = 0.7739549
MSe = 159.33071
y = ax + b
```



Nhận xét: Từ các hệ số a và b cho thấy đường khớp nối tốt nhất được cho bởi $y = 1.0934x - 18.600$, gần với dự đoán trước đó, nhưng bằng quan sát vẫn cho thấy đường thẳng là không phù hợp với những dữ liệu này.

+ Đến đây HS có thể đưa ra sự lựa chọn khác để tìm một phù hợp với dữ liệu. Trong trường hợp này, dữ liệu cho thấy một mô hình bậc hai có thể là sự lựa chọn tốt hơn:

```
QuadReg
a = 0.030502
b = -1.95086
c = 45.5511524
r^2 = 0.95008559
MSe = 40.2089036
y = ax^2 + bx + c
```



Mô hình hàm số bậc hai $y = 0.03x^2 - 1.95x + 45.5$ phù hợp với dữ liệu

• *Bước 5. Sử dụng mô hình:*

Đến đây, có thể sử dụng mô hình hàm số trên để giải quyết các yêu cầu của bài toán ban đầu đã đặt ra. Chẳng hạn, dự đoán đến năm 2020 (ứng với $x = 120$) số khách sạn của thành phố Y sẽ là:

$$0.03(120)^2 - 1.95.120 + 45.5 = 243.5 \approx 244$$

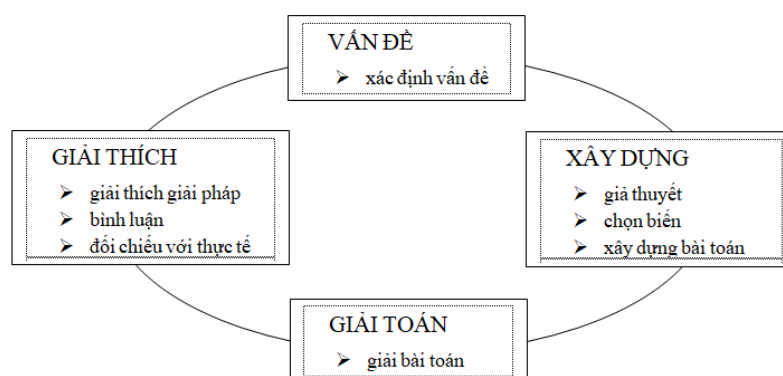
Tình huống 2.2: Lập và sử dụng mô hình cho bởi tập số liệu thể hiện sự thay đổi theo biến số liên tục

Ở tình huống này, dựa trên những tính toán cơ bản được thực hiện trên MTCT và suy luận toán học $\rightarrow$ xác định được biến số $x \rightarrow$ lập được hàm số $f(x)$ làm hàm mô hình cho tình huống đã đặt ra.

- Các bước thiết kế tình huống xem đó là một quá trình bao gồm bốn giai đoạn chính:

- + Đầu tiên, một **vấn đề** trong thế giới thực được đặt ra.
- + Thứ hai, vấn đề trong thế giới thực được **xây dựng** như một vấn đề toán học.
- + Thứ ba, vấn đề toán học được **giải quyết**.
- + Thứ tư, giải pháp được dịch trở lại bối cảnh ban đầu và kết quả được **giải thích** để giúp GQVĐ ban đầu.

Điều quan trọng là HS phải trải nghiệm tất cả các giai đoạn của quá trình. Quá trình này có thể được tóm tắt bằng sơ đồ sau:



Sơ đồ 3.6. Chu trình mô hình hóa toán học

Với việc sử dụng MTCT, chúng ta có thể giải quyết các vấn đề ở từng

giai đoạn, có nhiều thời gian hơn để tập trung vào các phần khác của chu trình.

*) Ví dụ minh họa:

Ví dụ 3.13. (*Bài toán máy bơm nước*) Một gia đình muốn mua một chiếc máy bơm. Có hai loại với cùng lưu lượng bơm được trong một giờ; loại thứ nhất giá 1,5 triệu đồng, loại thứ hai giá 2 triệu đồng. Tuy nhiên, nếu dùng máy bơm loại thứ nhất thì mỗi giờ tiền điện phải trả là 1.200 đồng, trong khi dùng máy bơm loại thứ hai thì chỉ phải trả 1.000 đồng cho mỗi giờ bơm. Theo bạn gia đình này nên chọn mua loại máy nào để đạt hiệu quả kinh tế cao?

Với sự hỗ trợ của MTCT, xây dựng tình huống giải như sau:

+ **Giai đoạn 1. Xác định vấn đề**

• **Hoạt động 1.** Xác định vấn đề

HS xác định: cần lựa chọn máy bơm trong hai loại trên để mua sao cho hiệu quả kinh tế là cao nhất. Như vậy, ngoài giá cả thì cần quan tâm đến hao phí khi sử dụng máy nghĩa là chi phí cần chi trả khi sử dụng máy trong một khoảng thời gian nhất định.

+ **Giai đoạn 2. Xây dựng mô hình toán học**

• **Hoạt động 2.** Sử dụng MTCT tính toán một số giá trị ban đầu

Giả sử mỗi ngày sử dụng máy bơm 4 giờ (4h), hãy tính tổng chi phí phải trả của 2 máy bơm I và II trong: 1 ngày (4h), 1 tháng (120h), 1 năm (1.440h) và trong 2 năm (2.880h)? Hoàn thiện Bảng chi phí sau:

• **Hoạt động 3.** Phân tích số liệu qua bảng chi phí

- HS hoàn thiện bảng:

Bảng chi phí

ĐV: Nghìn đồng

Thời gian	Máy bơm	Tiền mua máy	Tiền điện	Tổng chi phí
4h	I	1.500	4,8	1.504,8
	II	2.000	4	2.004
120h	I	1.500	144	1.644

Thời gian	Máy bơm	Tiền mua máy	Tiền điện	Tổng chi phí
	II	2.000	120	2.120
1.440h	I	1.500	1.728	3.228
	II	2.000	1.440	3.440
2.880h	I	1.500	3.456	4.956
	II	2.000	2.880	4.880

- Rút ra những nhận định:

+ Tổng chi phí của mỗi máy bơm tăng tuyến tính theo thời gian sử dụng (thời gian dùng tăng $\Rightarrow$ chi phí tăng). Như vậy, nếu coi tổng chi phí là một hàm số, thời gian là đối số thì cần tìm được mô hình hàm số này.

+ Quan sát thấy: nếu dùng trong khoảng 1 năm (1.440h) thì chi phí của máy I luôn thấp hơn chi phí của máy II, nhưng nếu dùng đến 2 năm (2.880h) thì chi phí của máy I lại lớn hơn chi phí của máy II. Như vậy, có thể tồn tại một thời điểm sử dụng hai máy có chi phí bằng nhau.

• *Hoạt động 4.* Tìm mô hình hàm số

Kí hiệu $f(x)$ và $g(x)$ lần lượt là tổng chi phí (tính bằng nghìn đồng) khi sử dụng máy bơm loại thứ nhất và loại thứ hai trong x giờ (bao gồm tiền điện và tiền mua máy bơm). Khi đó:

- Trong x giờ số tiền phải trả khi sử dụng máy thứ nhất là:

$$f(x) = 1500 + 1,2x \text{ (nghìn đồng)}$$

- Số tiền phải chi trả cho máy thứ hai trong x giờ là:

$$g(x) = 2000 + 1.x \text{ (nghìn đồng)}$$

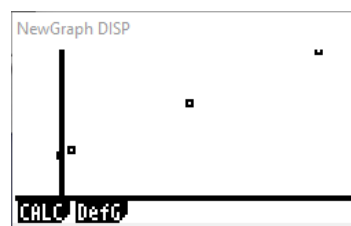
*) Trong bước này, GV có thể hướng dẫn cho HS sử dụng MTCT để kiểm tra lại kết quả mô hình hàm số vừa lập, chẳng hạn để tìm mô hình hàm số $f(x)$, thực hiện trên MTCT Casio fx-9860 như sau:

+ Lập bảng giá trị và vẽ biểu đồ phân tán:

NewGraph DISP

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	4	1504.8		
2	120	1644		
3	1440	3228		
4	2880	4956		

[GPH1] [GPH2] [GPH3] **SEL** **SET**

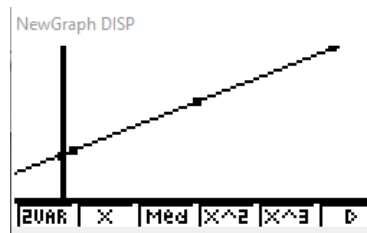


+ Quan sát biểu đồ phân tán, lựa chọn dạng hàm số có đồ thị là đường thẳng $y = ax + b$:

NewGraph DISP

LinearReg
 $a = 1.2$
 $b = 1500$
 $r = 1$
 $r^2 = 1$
 $MSe = 0$
 $y = ax + b$

COPY **DRAW**



+ MTCT sẽ cho kết quả mô hình hàm số phù hợp nhất với số liệu:

$$f(x) = 1,2x + 1500$$

- **Hoạt động 5.** Xây dựng bài toán

Vấn đề thực tiễn đặt ra ban đầu được được phát biểu dưới dạng sau:

Bài toán. Cho hai hàm số $f(x) = 1500 + 1,2x$ và $g(x) = 2000 + 1.x$ với $x > 0$. Với giá trị nào của x thì $f(x) > g(x)$ (1)? $f(x) < g(x)$ (2)?

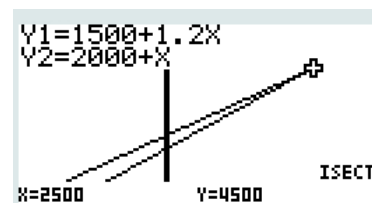
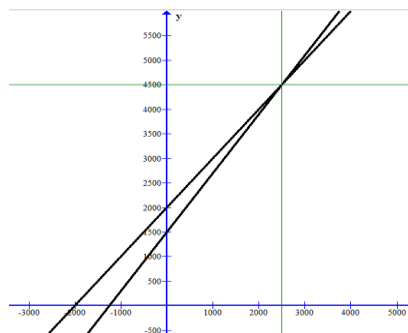
+ **Giai đoạn 3. Giải bài toán**

Để giải các bất PT (1), (2) ở trên, HS hoàn toàn có thể sử dụng phương pháp đại số thông thường. Tuy nhiên, để trực quan hóa bài toán GV có thể yêu cầu:

- **Hoạt động 6.** Vẽ đồ thị các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ trên cùng hệ trục tọa độ và tìm x để $f(x) > g(x)$? $f(x) < g(x)$?

- HS sử dụng MTCT vẽ và phân tích đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và hàm số $y = g(x)$ trên cùng hệ trục tọa độ. Dựa trên đồ thị, HS nhận thấy chi phí trả cho hai máy sử dụng là như nhau sau khoảng thời gian x_0 là nghiệm của PT $f(x) = g(x)$. Từ đó, HS giải PT:

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow 1500 + 1,2x = 2000 + x \Leftrightarrow 0,2x = 500 \Leftrightarrow x = 2500 \text{ (giờ)}.$$



- Sử dụng MTCT, kiểm tra lại kết quả đã lập ở Bảng chi phí

Bảng chi phí

ĐV: Nghìn đồng

Thời gian	Máy bơm	Tiền mua máy	Tiền điện	Tổng chi phí
4h	I	1.500	4,8	1.504,8
	II	2.000	4	2.004
120h	I	1.500	144	1.644
	II	2.000	120	2.120
1.440h	I	1.500	1.728	3.228
	II	2.000	1.440	3.440
2.880h	I	1.500	3.456	4.956
	II	2.000	2.880	4.880

+ **Giai đoạn 4. Giải thích và đối chiếu**

Quan sát đồ thị HS nhận thấy rằng ngay sau khi sử dụng 2500 giờ tức là nếu mỗi ngày dùng 4 tiếng tương đương với khoảng thời gian là không quá hai năm thì máy thứ hai chi phí sẽ thấp hơn so với máy thứ nhất nên chọn mua máy thứ hai thì hiệu quả kinh tế sẽ cao hơn.

HS phân tích bài toán trong các trường hợp sau:

(1) Nếu thời gian sử dụng máy ít hơn hai năm thì mua máy thứ nhất sẽ tiết kiệm hơn;

(2) Nếu thời gian sử dụng nhiều hơn hoặc bằng hai năm thì nên mua máy thứ hai. Tuy nhiên, trong thực tế một máy bơm có thể sử dụng được thời gian khá dài. Do vậy, trong trường hợp này HS khuyên gia đình đó nên mua máy thứ hai.

Ví dụ sau đây là một THDH được thiết kế sử dụng MTCT hỗ trợ học sinh hoạt động mô hình hóa:

Ví dụ 3.14. Bài toán chi phí gửi nhà để xe nào thấp hơn?

Dưới đây là chi phí cho hai nhà để xe khác nhau. Thời gian lưu trú tối đa là 24 giờ.

Ga ra An Bình

Khoảng thời gian trong nhà để xe	Giá tiền
1 giờ hoặc ít hơn	Một khoản phí cố định là 10 nghìn đồng.
Hơn 1 giờ	10 nghìn đồng cho giờ đầu tiên cộng với khoản phí bổ sung là 5 nghìn đồng cho mỗi giờ sau giờ đầu tiên.

Ga ra Mai Linh

Khoảng thời gian trong nhà để xe	Giá tiền
5 giờ hoặc ít hơn	7 nghìn đồng cho mỗi giờ
Hơn 5 giờ	Một khoản phí cố định là 35 nghìn đồng.

Trong thời gian một ngày, hãy lập các phương án gửi xe để chi phí gửi xe thấp nhất?

Để giải bài toán trên, áp dụng quy trình 4 giai đoạn của quá trình mô hình hóa toán học, với sự hỗ trợ của MTCT có chức năng đồ họa, GV thiết kế các THDH (được thể hiện qua phiếu học tập của HS và phiếu ghi hoạt động của GV) dưới đây:

PHIẾU HỌC TẬP CỦA HỌC SINH

Bài toán: Chi phí gửi nhà để xe nào thấp hơn?

Dưới đây là chi phí cho hai nhà để xe khác nhau. Thời gian lưu trú tối đa là 24 giờ.

Ga ra An Bình

Khoảng thời gian trong nhà để xe	Giá tiền
1 giờ hoặc ít hơn	Một khoản phí cố định là 10 nghìn đồng.
Hơn 1 giờ	10 nghìn đồng cho giờ đầu tiên cộng với khoản phí bổ sung là 5 nghìn đồng cho mỗi giờ sau giờ đầu tiên.

Ga ra Mai Linh

Khoảng thời gian trong nhà để xe	Giá tiền
5 giờ hoặc ít hơn	7 nghìn đồng cho mỗi giờ
Hơn 5 giờ	Một khoản phí cố định là 35 nghìn đồng.

1. Hoàn thành bảng.		Thời gian (giờ)	Ga ra An Bình Tổng chi phí	Ga ra Mai Linh Tổng chi phí
		0		
		1		
		2		
		...		
		9		

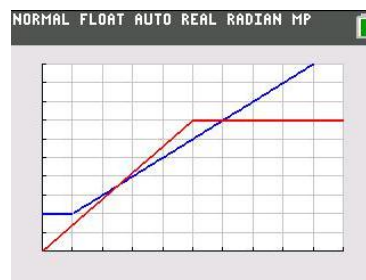
2. Thái gửi xe trong Ga ra An Bình và Nguyễn gửi xe trong Ga ra Mai Linh trong cùng một khoảng thời gian. Sau khi họ nhận xe và trả tiền, họ hỏi nhau nhà xe nào rẻ hơn. Thời gian bao lâu có thể đã gửi trong nhà để xe? Chi phí của họ là bao nhiêu? Sử dụng bảng trên để xác định câu trả lời cho hai câu hỏi này. Tìm tất cả các câu trả lời có thể.

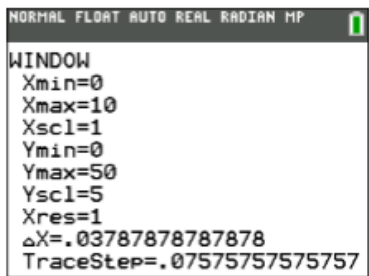
3. Viết các hàm từng phần mô hình chi phí gửi trong mỗi nhà để xe.

Ga ra An Bình: $A(x) =$

Ga ra Mai Linh: $M(x) =$

4. Để vẽ đồ thị hàm từng phần, hãy sử dụng MTCT. Đồ thị của bạn nên trông giống như một bên phải. Vẽ đồ thị các hàm với các thông tin về hệ trục tọa độ như hướng dẫn bên.



		
--	--	--

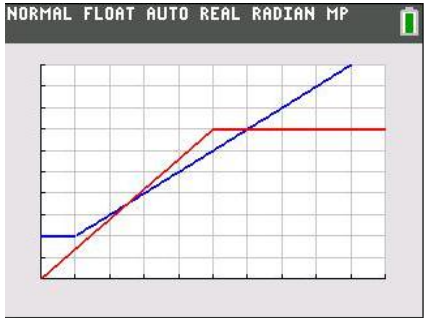
5. Khi nào thì chi phí cho việc gửi ở mỗi gara bằng nhau? Biểu diễn bởi PT nào? Giải các PT đó.

6. Sử dụng bảng, công thức hoặc biểu đồ để trả lời như sau:

a. Nhà để xe nào chi phí ít hơn cho một lần gửi ngắn? Ví dụ, bạn vào nhà để xe, sau đó ra công viên và nhận ra bạn đã quên ví của mình và cuối cùng chỉ phải rời đi 15 phút sau.

b. Giả sử sau một bộ phim dài 2,5 giờ, bạn quyết định đi ra nhà hàng và ở lại thêm 2 giờ. Nhà xe nào sẽ có chi phí thấp hơn? Ít hơn bao nhiêu?

c. Giả sử bạn cần đỗ xe trong 12 giờ trong nhà để xe. Nhà xe nào sẽ có chi phí thấp hơn? Ít hơn bao nhiêu?

7. Sử dụng đồ thị để giải PT $A(x) < M(x).$ Giải thích các giải pháp trong điều kiện thực tế trong thế giới thực.	
---	--

8. Trong suốt thời gian một ngày, chi phí gửi xe ở Gara An Bình thấp hơn trong khoảng thời gian nào? Câu hỏi tương tự đối với Gara Mai Linh?

HOẠT ĐỘNG CỦA GIÁO VIÊN

Bài toán: Chi phí gửi nhà để xe nào thấp hơn?

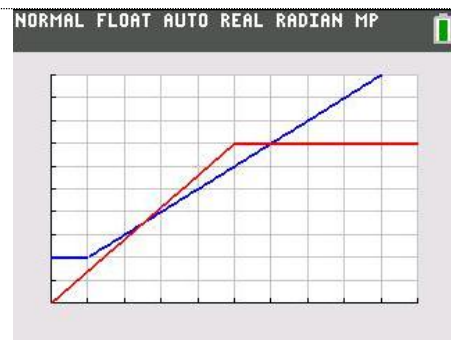
Về bài học

Trong hoạt động này, HS phải tìm giải pháp cho một hệ PT tuyến tính sử dụng MTCT. HS được trình bày với một vấn đề về phí bãi đậu xe. Do đó, HS sẽ thực hiện:

- Mô hình hóa toán học một vấn đề thực tiễn.
- Vẽ đồ thị một hệ thống tuyến tính theo hai biến và sử dụng MTCT để tìm các điểm giao nhau.

Chuẩn bị của giáo viên

- HS đã quen thuộc với thao tác biểu tượng đại số, tìm PT tuyến tính từ hai điểm và tính chất của các hàm từng phần.
- Hoạt động này được dự định là do GV hướng dẫn cho các phần giới thiệu và các vấn đề cần được hoàn thành bởi từng HS.
- Phiếu này cung cấp các hướng dẫn chi tiết để hoàn thành hoạt động. Nó cũng là để HS ghi lại câu trả lời của họ. Ngoài ra, bạn có thể yêu cầu lớp ghi lại câu trả lời của họ trên các tờ giấy riêng



Sử dụng MTCT:

- Hoạt động này bao gồm các ảnh chụp màn hình được lấy từ TI-84 Plus C Silver Edition hoặc sử dụng Casio fx 9860:
- + Vào phương thức Graph: [MENU][5]
- + Cài đặt vẽ đồ thị cho hàm số chứa tham số: [F3][F3]
- + Nhập vào các PT
- + Ấn [F6] để vẽ đồ thị

Tài liệu kèm theo:

- Bai do xe_Hoc sinh.doc

Dưới đây là lịch trình chi phí cho hai nhà để xe khác nhau. Thời gian lưu trú tối đa là 24 giờ.

Ga ra An Bình

Khoảng thời gian trong nhà để xe	Giá tiền
1 giờ hoặc ít hơn	Một khoản phí cố định là 10 nghìn đồng.
Hơn 1 giờ	10 nghìn đồng cho giờ đầu tiên cộng với khoản phí bổ sung là 5 nghìn đồng cho

	mỗi giờ sau giờ đầu tiên.
--	---------------------------

Ga ra Mai Linh

Khoảng thời gian trong nhà để xe	Giá tiền
5 giờ hoặc ít hơn	7 nghìn đồng cho mỗi giờ
Hơn 5 giờ	Một khoản phí cố định là 35 nghìn đồng.

<i>1. Hoàn thành bảng</i> HS có thể dễ dàng hơn để hoàn thành bảng cho Ga ra Mai Linh trước. HS có thể xây dựng bảng cho Ga ra An Bình bằng cách thêm 5 vào hàng trước của bảng.	Thời gian (giờ)	Ga ra An Bình Tổng chi phí (nghìn đồng)	Ga ra Mai Linh Tổng chi phí (nghìn đồng)
	0	10	0
	1	10	7
	2	15	14
	3	20	21
	4	25	28
	5	30	35
	6	35	35
	7	40	35
	8	45	35
	9	50	35

2. Thái gửi xe trong Ga ra An Bình và Nguyên gửi xe trong Ga ra Mai Linh trong cùng một khoảng thời gian. Sau khi họ nhận xe và trả tiền, họ hỏi nhau nhà xe nào rẻ hơn. Thời gian bao lâu có thể đã đậu trong nhà để xe? Chi phí của họ là bao nhiêu? Sử dụng bảng trên để xác định câu trả lời cho hai câu hỏi này. Tìm tất cả các câu trả lời có thể.

Trả lời:

Mỗi người có thể gửi 6 giờ và đã trả 35 nghìn đồng, nhưng đó không phải là điều duy nhất có thể trả lời

+ Ga ra Mai Linh vượt qua Ga ra An Bình từ 2 đến 3 giờ.

+ Sử dụng lập luận về tỷ lệ, cho

Thời gian (giờ)	Ga ra An Bình chi phí	Ga ra Mai Linh chi phí
2	15	14
3	20	21

The diagram shows that at 2.5 hours, the cost at An Bình (17.50) equals the cost at Mai Linh (17.50). At 3.5 hours, the cost at An Bình (35) equals the cost at Mai Linh (35). Arrows indicate the intervals where one garage is cheaper than the other.

mỗi nửa giờ chi phí của nhà để xe An Bình tăng bởi $\frac{1}{2}$ của 5 hay 2,50 nghìn đồng và chi phí của Nhà xe Mai Linh tăng thêm $\frac{1}{2}$ của 7 hay 3,5 nghìn đồng.
+ Mỗi người chỉ có thể ở lại 2,5 giờ và đã trả 17,50 nghìn đồng. Điều này sẽ rõ ràng hơn với đồ thị.

3. Viết các hàm từng phần mô hình chi phí lưu trú trong mỗi nhà để xe.

Trả lời:

$$\text{Ga ra An Bình: } A(x) = \begin{cases} 10, & x \leq 1 \\ 5(x-1)+10, & x > 1 \end{cases}$$

$$\text{Ga ra Mai Linh: } M(x) = \begin{cases} 7x, & x \leq 5 \\ 35, & x > 5 \end{cases}$$

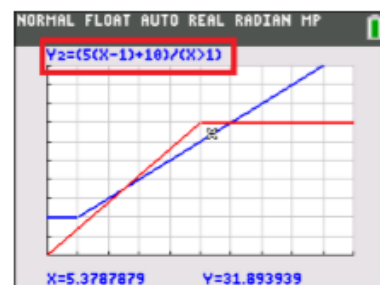
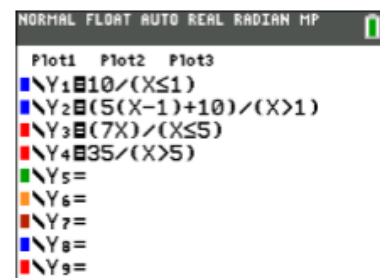
4. Để vẽ đồ thị hàm từng phần, hãy sử dụng MTCT. Đồ thị của bạn nên trông giống như một bên phải. Vẽ đồ thị các hàm với các số liệu trên màn hình MTCT ở bên.

Trả lời:

Các ảnh chụp màn hình ở bên phải cho thấy các HS nhập các hàm từng phần như thế nào.

HS có thể kiểm tra câu trả lời của mình bằng tính năng Bảng.

Bảng này khớp với bảng được xây dựng trong Câu hỏi 1.



X	Y1	Y2	Y3	Y4
0	10	ERROR	0	ERROR
1	10	ERROR	7	ERROR
2	ERROR	15	14	ERROR
3	ERROR	20	21	ERROR
4	ERROR	25	28	ERROR
5	ERROR	30	35	ERROR
6	ERROR	35	ERROR	35
7	ERROR	40	ERROR	35
8	ERROR	45	ERROR	35
9	ERROR	50	ERROR	35
10	ERROR	55	ERROR	35

5. Khi nào thì chi phí cho việc sử dụng mỗi gara bằng nhau? Biểu diễn bởi PT nào? Giải các PT dưới đó?

Trả lời:

- $7x = 10 + 5(x - 1) \Leftrightarrow x = 2.5$
- $10 + 5(x - 1) = 35 \Leftrightarrow x = 6$

6. Sử dụng bảng, công thức hoặc đồ thị để trả lời như sau:

a. Nhà để xe nào chi phí ít hơn cho một lần gửi ngắn? Ví dụ, bạn vào nhà để xe, sau đó ra công viên và nhận ra bạn đã quên ví của mình và cuối cùng chỉ phải rời đi 15 phút sau.

HS có thể đánh giá từng hàm tại $x = 0,25$ giờ hoặc chỉ sử dụng biểu đồ.

Trả lời: Chi phí gửi ở nhà xe Mai Linh thấp hơn (vì nhà để xe An Bình là 10 nghìn đồng, nhà để xe Mai Linh là 1,75 nghìn đồng).

b. Giả sử sau một bộ phim dài 2,5 giờ, bạn quyết định đi ra nhà hàng và ở lại thêm 2 giờ. Nhà xe nào sẽ có giá thấp hơn? Thấp hơn bao nhiêu?

Trả lời:

Nếu bạn gửi 4,5 giờ, nhà để xe An Bình ($25 + 2,50 = 27,50$) rẻ hơn nhà để xe Mai Linh ($4,5 \times 7 = 31,50$) bằng 4 nghìn đồng.

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP				
PRESS + FOR Δ Tb1				
X	Y1	Y2	Y3	Y4
0	10	ERROR	0	ERROR
.5	10	ERROR	3.5	ERROR
1	10	ERROR	7	ERROR
1.5	ERROR	12.5	10.5	ERROR
2	ERROR	15	14	ERROR
2.5	ERROR	17.5	17.5	ERROR
3	ERROR	20	21	ERROR
3.5	ERROR	22.5	24.5	ERROR
4	ERROR	25	28	ERROR
4.5	ERROR	27.5	31.5	ERROR
5	ERROR	30	35	ERROR

X=4.5

c. Giả sử bạn cần đỗ xe trong 12 giờ trong nhà để xe. Nhà xe nào sẽ có giá thấp hơn? Thấp hơn bao nhiêu?

Trả lời:

Nếu bạn gửi 12 giờ, nhà để xe Mai Linh (35 nghìn đồng) rẻ hơn nhà xe An Bình ($10 + 55 = 65$ nghìn đồng) bằng 30 nghìn đồng.

NORMAL FLOAT AUTO REAL RADIAN MP				
PRESS + FOR Δ Tb1				
X	Y1	Y2	Y3	Y4
3	ERROR	20	21	ERROR
4	ERROR	25	28	ERROR
5	ERROR	30	35	ERROR
6	ERROR	35	ERROR	35
7	ERROR	40	ERROR	35
8	ERROR	45	ERROR	35
9	ERROR	50	ERROR	35
10	ERROR	55	ERROR	35
11	ERROR	60	ERROR	35
12	ERROR	65	ERROR	35
13	ERROR	70	ERROR	35

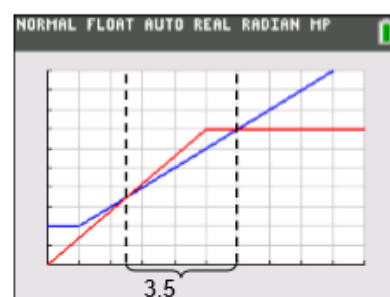
X=12

7. Sử dụng đồ thị để giải PT $A(x) < M(x)$. Giải thích các giải pháp trong điều kiện thực tế trong thế giới thực.

$A(x) = M(x)$ nếu $x = 2,5$ hoặc $x = 6$, tại đó các đồ thị giao nhau.

$A(x) < M(x)$ khi đồ thị của $A(x)$ nằm dưới đồ thị của $M(x)$. Sử dụng đồ thị ta có $2,5 < x < 6$.

Trả lời: Xét về bối cảnh nhà để xe An Bình rẻ hơn Mai Linh nếu bạn gửi ở đó hơn 2,5 giờ nhưng dưới 6 giờ.



8. Trong suốt thời gian một ngày, chi phí gửi xe ở Ga ra An Bình rẻ hơn trong khoảng thời gian nào? Câu hỏi tương tự cho Ga ra Mai Linh?

Trả lời: Chi phí gửi nhà để xe An Bình thấp hơn trong thời gian 3,5 giờ (khi bạn gửi ở đó hơn 2,5 giờ nhưng dưới 6 giờ). Nhà để xe Mai Linh thấp hơn trong 20,5 giờ còn lại trong ngày.

3.2.4. Nhóm tình huống 3: Sử dụng máy tính cầm tay khám phá các hình thức biểu diễn toán học

a) Mục đích:

Sử dụng các loại biểu diễn khác nhau như bảng biểu, đồ thị, kí hiệu, công thức, ngôn ngữ,... để làm rõ các mối quan hệ toán học và các tính chất toán học sẽ giúp cho HS hiểu rõ bản chất của các mối quan hệ và các khái niệm toán học. Trong thời gian qua các nhà nghiên cứu đã thừa nhận vai trò và tầm quan trọng của các biểu diễn toán học, đặc biệt là biểu diễn bội trong toán học (Kaput 1989, Brener, 1997. Prizo 1999). Dufour-Janvier, Berdnaz và Belanger (1987) cho rằng biểu diễn bội cần phải được sử dụng trong giảng dạy toán học vì nó mô tả rõ các thuộc tính của khái niệm và giúp HS giảm bớt khó khăn trong quá trình GQVĐ. Do vậy, sử dụng MTCT để hỗ trợ HS thực hiện các cách biểu diễn khác nhau cho cùng một khái niệm, một vấn đề toán học, biết “phiên dịch” và chuyển đổi linh hoạt giữa các dạng biểu diễn khác nhau sẽ giúp HS rèn luyện kỹ năng giải quyết các vấn đề toán học.

b) Cơ sở khoa học và ý nghĩa

Theo Từ điển từ và ngữ Việt Nam [28], biểu diễn: “ghi bằng hình vẽ hoặc kí hiệu”. Theo Gerald Goldin và Nina Shteingold [87], một biểu diễn thường là một dấu hiệu hoặc một hình dạng của các dấu hiệu, ký tự hoặc các đối tượng có thể đại diện (tượng trưng, phản ánh, mã hóa, hoặc mô tả) cho một cái gì đó khác hơn chính nó. Trong nghiên cứu của Vũ Thị Bình [3] quan niệm rằng, biểu diễn toán học là việc sử dụng, sắp xếp các thuật ngữ, kí hiệu, hình ảnh (sơ đồ, biểu đồ, hình vẽ, đồ thị, dấu hiệu trên giấy, phác thảo hình học,...) hay các đối tượng cụ thể hàm chứa nội dung toán học để mô tả, tượng trưng hoặc đại diện cho một đối tượng, quan hệ hay một qui trình toán học.

** Các hình thức của biểu diễn toán học:*

Theo Tadao [113], các biểu diễn trong giáo dục toán có thể được tổ chức thành năm dạng: 1- Biểu diễn thực; 2- Biểu diễn bằng vật liệu thao tác được; 3- Biểu diễn bằng hình ảnh; 4- Biểu diễn bằng ngôn ngữ; 5- Biểu diễn bằng ký hiệu.

**) Vai trò của các biểu diễn trong dạy học toán:*

Quá trình nhận thức toán học của HS luôn hướng tới sự chuyển dịch các biểu diễn từ cụ thể đến trừu tượng hơn. Theo đó, trong cùng một tình huống hay một lớp các tình huống, các biểu diễn ở mức độ cao hơn có thể được xem là tốt hơn các biểu diễn ở mức độ thấp. Tuy nhiên, một biểu diễn tốt cần phải tính đến các tính chất: “Dễ hiểu, chính xác, chuyển đổi được và chỉ ra các ý tưởng toán học với qui luật, thiết kế, sắp xếp và mối quan hệ theo các dạng bội” (theo Trần Vui [70]).

Biểu diễn như là một công cụ của tư duy. Chúng ta biểu diễn một vấn đề hoặc khái niệm toán và dùng biểu diễn đó để tư duy (Hahkioniemi, [91]). Hơn nữa, biểu diễn còn được xem như một phương pháp ghi nhớ và để thông tin.

c) Nội dung và tổ chức thực hiện

Kiến thức toán học được HS tiếp nhận theo con đường từ trực quan sinh động đến tư duy trừu tượng. Sử dụng biểu diễn trực quan làm cầu nối cho các biểu diễn thực tế quen thuộc và các biểu diễn kí hiệu trừu tượng đã được thừa nhận là một cách làm mang lại hiệu quả trong dạy và học môn Toán. Đặc biệt, một biểu diễn trực quan động tốt cho HS nhiều cơ hội hơn để quan sát, phỏng đoán, đặt giả thuyết và kiểm chứng, hỗ trợ tích cực cho quá trình suy luận quy nạp và ngoại suy. Khai thác các chức năng của MTCT, chúng tôi đề xuất một số tình huống có thể sử dụng MTCT để hỗ trợ biểu diễn toán học, chuyển đổi một số hình thức biểu diễn toán học, qua đó giúp cho quá trình khám phá, GQVĐ toán học ở HS được thực hiện có hiệu quả hơn:

- *Tình huống 3.1: Khám phá biểu diễn toán học để đưa ra phán đoán*

Một phán đoán có thể được lập thành từ ý tưởng tri giác của vấn đề hoặc từ chuyển đổi nhận thức của ý tưởng. Cơ sở của loại phán đoán này chính là sự biểu diễn nội dung của vấn đề một cách cụ thể hoặc bằng tư duy trực quan. Không phải chú ý ngay lập tức sự tồn tại mối quan hệ giữa các yếu tố của vấn đề mà thay vào đó là chúng ta tập trung vào sáng tạo sự biểu diễn mới của bài toán. Một khi sự biểu diễn này tồn tại thì nó đủ mạnh để tái hiện chính xác mối quan hệ của các yếu tố toán học của bài toán, từ đó hỗ trợ cho cả phán đoán và chứng minh.

Ví dụ 3.15. Xét sự hội tụ của dãy số (a_n) :

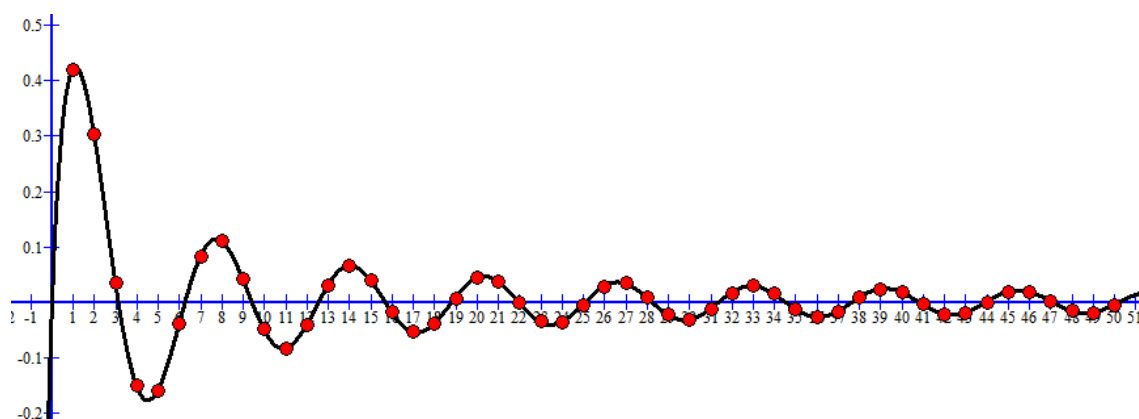
$$a_n = \frac{\sin(n)}{n+1}; \quad n \in \mathbb{N}^*$$

- Với MTCT tính toán những số hạng đầu của dãy số ta được kết quả sau (độ chính xác 10^{-9}):

n	a_n	n	a_n	n	a_n	n	a_n
1	0,420735492	11	-0,083332517	21	0,038029801	31	-0,012626176
2	0,303099142	12	-0,041274839	22	-0,000384839	32	0,016709899
3	0,035280002	13	0,030011931	23	-0,035259183	33	0,029409172
4	-0,151360499	14	0,06604049	24	-0,036223134	34	0,015116648

n	a_n	n	a_n	n	a_n	n	a_n
5	-0,159820712	15	0,04064299	25	-0,005090451	35	-0,011893963
6	-0,039916499	16	-0,016935489	26	0,028242905	36	-0,026804833
7	0,082123324	17	-0,053410971	27	0,034156283	37	-0,016935214
8	0,109928694	18	-0,039525644	28	0,009341578	38	0,007599194
9	0,041211848	19	0,00749386	29	-0,022121129	39	0,024094884
10	-0,049456464	20	0,043473583	30	-0,031871987	40	0,018173491

- Biểu diễn điểm trên mặt phẳng tọa độ ($n ; a_n$):



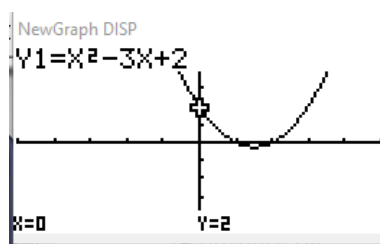
- Phán đoán: Dựa vào sự biểu diễn trên nhận xét khi n càng lớn thì a_n càng gần 0 ($a_n \rightarrow 0$).

Ví dụ 3.16. Cho hàm số $y = x^2 - 3x + 2$.

- Hãy vẽ đồ thị (C) của hàm số trên.
- Từ đồ thị (C), hãy suy ra đồ thị của hàm số $y = x^2 - 3x - 1$.
- Từ đồ thị (C), hãy suy ra đồ thị của hàm số $y = x^2 - x + 2$.
- Tìm m để PT: $x^2 - 3x - m = 0$ có nghiệm lớn hơn 3.

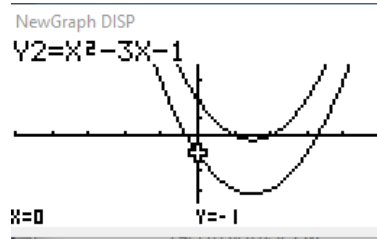
Giải:

- Sử dụng MTCT HS vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 - 3x + 2$



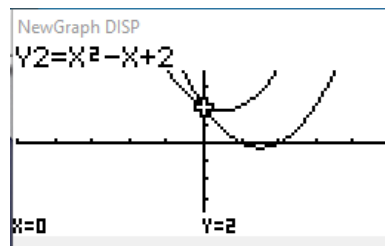
b) Viết $x^2 - 3x - 1 = (x^2 - 3x + 2) - 3$. Vậy ta có thể suy ra đồ thị hàm số mới bằng cách tịnh tiến theo trục Oy đồ thị (C) xuống phía dưới 3 đơn vị.

- HS: Kiểm nghiệm lại trên MTCT Casio fx-9860:



c) Viết $x^2 - x + 2 = (x + 1)^2 - 3(x + 1) + 2 + 2$, như vậy ta phải tiến hành hai phép tịnh tiến: thứ nhất tịnh tiến (C) theo trục Ox về bên trái 1 đơn vị, sau đó tịnh tiến đồ thị vừa tạo được lên trên 2 đơn vị.

- HS: Kiểm nghiệm lại trên MTCT Casio fx-9860:

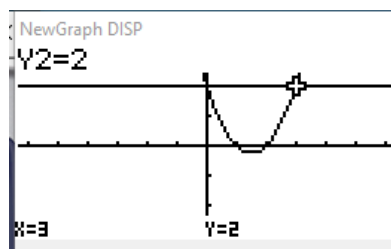


d) Nếu giải theo biến đổi đại số sẽ là vấn đề khó đối với HS, trong trường hợp này thực hiện như sau:

+ Biến đổi: $x^2 - 3x - m = 0 \Leftrightarrow x^2 - 3x + 2 = m + 2$

+ Bài toán trở thành: Tìm m để đường thẳng $y = m + 2$ cắt (C) tại điểm có hoành độ lớn hơn 3.

+ Từ vị trí tương đối của đồ thị (C) và đường $y = m + 2$ (vẽ trên MTCT):



PT có nghiệm lớn hơn 3 khi $m + 2 > 2$ hay $m > 0$.

Tri thức phương pháp được rút ra từ bài toán trên là:

Để biện luận số nghiệm của PT $f(x) = g(x)$, bằng phương pháp đồ thị ta thực hiện các bước sau:

1) Vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = f(x)$ và đồ thị (C') của hàm số $y = g(x)$ trên cùng một hệ trục tọa độ.

2) Xét sự tương giao của hai đồ thị (C) và (C')

3) Số nghiệm của PT $f(x) = g(x)$ bằng số giao điểm của (C) và (C')

- Tình huống 3.2: Khám phá biểu diễn để mô tả quá trình mô hình hóa

Bảng biểu, biểu đồ, đồ thị,... chính là những mô hình toán học biểu diễn các số liệu thực tế và dự đoán xu hướng phân bố số liệu về các sự vật hiện tượng nào đó. Do đó, GV cần giúp cho HS mô hình hóa các số liệu gần gũi trong cuộc sống. Sau khi biểu diễn số liệu bằng các mô hình tương ứng, GV hướng dẫn HS cách đọc và hiểu ý nghĩa của những mô hình này, đồng thời có phương án điều chỉnh mô hình nếu cần thiết.

Ví dụ 3.17. Vấn đề Phát triển dân số của Việt Nam: Bảng sau ghi lại dân số Việt Nam trong thế kỉ XX và đầu XXI. (Theo Trần Vui, [72])

Năm	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000	2010
Dân số	16,7	18,2	19,9	22,3	24,7	26,4	33,5	42,6	54,3	68,0	79,9	87,9

a) Vẽ biểu đồ phân tán.

b) Tìm một hàm mũ tự nhiên mà mô hình cho sự phát triển dân số. Vẽ đồ thị của hàm số mà bạn đã tìm được cùng với biểu đồ phân tán. Mô hình khít tốt với số liệu như thế nào?

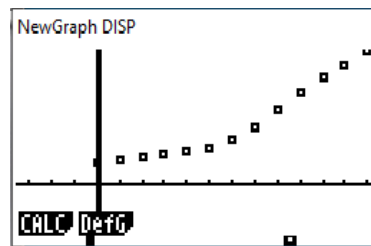
c) Sử dụng mô hình mà bạn đã tìm được để dự đoán dân số Việt Nam vào năm 2025.

- Với MTCT Casio fx-9860 có thể hỗ trợ giải quyết bài toán:

a) Viết lại số liệu với 0 là năm 1990, 10 là năm 2000, x là biến số chỉ năm, khi đó ví dụ năm 1995 ứng với $x = 9,5$.

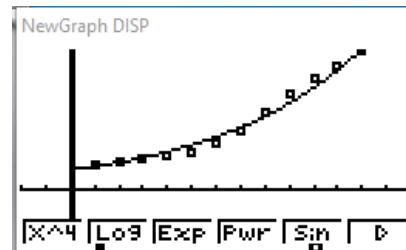
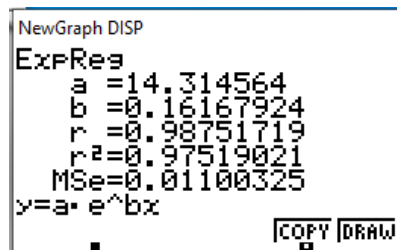
Năm	Dân số	Năm	Dân số Việt Nam
X	$f(x)$: triệu	(t)	(triệu người)
0	16,7	1990	16,7
1	18,2	1910	18,2
2	19,9	1920	19,9
3	22,3	1930	22,3
4	24,7	1940	24,7
5	26,4	1950	26,4
6	33,5	1960	33,5
7	42,6	1970	42,6
8	54,3	1980	54,3
9	68,0	1990	68,0
10	79,9	2000	79,9
11	87,9	2010	87,9
12	97,6	2020	97,6

Sử dụng MTCT, vẽ biểu đồ phân tán từ bảng số liệu:



Nhận xét: Biểu đồ phân tán các điểm số liệu không nằm trên một đường thẳng, vì thế mô hình tuyến tính sẽ không phù hợp. Biểu đồ phân tán cho thấy rằng số liệu tăng nhanh chóng nên mô hình hàm mũ tự nhiên sẽ phù hợp.

b) Ta có mô hình hàm mũ tự nhiên cùng với PT. Biểu đồ phân tán các điểm nằm gần với đồ thị hàm mũ tự nhiên được tìm thấy, nên khít tốt số liệu (*best fit the data*):

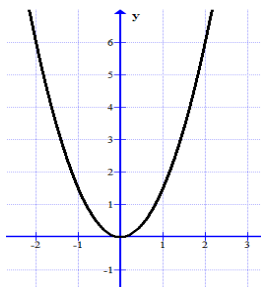


c) Hàm số mũ tự nhiên làm mô hình cho sự phát triển dân số của Việt Nam là: $f(x) = 14,31 \times e^{0,161x}$. Năm 2025, tương ứng với $x = 12,5$ nên dự đoán dân số Việt Nam năm 2025 là: $14,31 \times e^{0,161 \times 12,5} = 107,07$ triệu người.

- Tình huống 3.3: Khám phá biểu diễn để hình thành khái niệm

Các nghiên cứu thực nghiệm đều khẳng định rằng quá trình thông hiểu các khái niệm và quan hệ toán học phụ thuộc vào khả năng biểu diễn các khái niệm và quan hệ đó dưới nhiều dạng khác nhau như đồ thị, PT, bảng, biểu đồ, kí hiệu, công thức, ngôn ngữ,... (Kaput, 1989; Sfard, 1992; Yerushalmy, 1997; Goldin, 1998; Reading, ; NCTM, 2000; Porzio, 1999).

Ví dụ 3.18. Khi dạy khái niệm hàm số chẵn, GV lấy ví dụ cụ thể hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$, sử dụng MTCT (tính toán, vẽ đồ thị) biểu diễn hàm số:

Công thức	Tọa độ	Bảng		Đồ thị
$y = \frac{3}{2}x^2$	(x, y)	x	y	
	$(-2 ; 6)$	-2	6	
	$(-1 ; 3/2)$	-1	3/2	
	$(0 ; 0)$	0	0	
	$(1 ; 3/2)$	1	3/2	
	$(2 ; 6)$	2	6	

Các dạng biểu diễn của hàm số $y = \frac{3}{2}x^2$

Đến đây, GV có thể đưa ra các câu hỏi: Tập xác định D của hàm số? Với mỗi $x \in D \Rightarrow -x \in D$? Với $x \in D$, so sánh $f(x)$ và $f(-x)$?

GV khẳng định hàm số có tính chất như trên được gọi là hàm số chẵn. Từ đó dẫn đến khái niệm hàm số chẵn.

***) Sử dụng máy tính cầm tay hỗ trợ chuyển đổi các hình thức biểu diễn toán học**

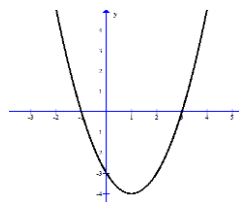
Trong chương trình toán ở cấp trung học, MTCT có thể hỗ trợ một số hoạt động chuyển đổi biểu diễn toán học đó là:

a) *Chuyển từ biểu diễn ngôn ngữ sang biểu diễn bằng ký hiệu:*

Từ các dữ kiện được cho bằng lời, HS “phiên dịch” thành ký hiệu, số và phép toán tương ứng.

Ví dụ 3.19. Tìm GTNN của hàm số $y = f(x)$ trên $[2 ; 4]$, biết $f(x)$ là hàm số bậc hai, đồ thị là parabol nhận $I(1 ; -4)$ làm đỉnh, đi qua $A(-1 ; 0)$, $B(2 ; -3)$?

- HS có được những dữ kiện sau:

Đỉnh parabol	Điểm đi qua	Dạng đồ thị
- Đỉnh: $I(1 ; -4)$	$(-1 ; 0)$ $(2 ; -3)$	 $y = ax^2 + bx + c$

Với MTCT HS nhanh chóng tìm được $y = x^2 - 2x - 3$, đến đây bài toán trở thành quen thuộc: Tìm $\min_{[2;3]}(x^2 - 2x - 3)$?

b) *Chuyển từ biểu diễn ngôn ngữ sang biểu diễn trực quan:*

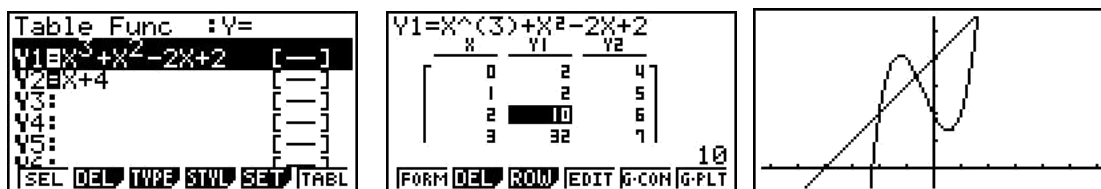
Biểu diễn các dữ kiện được cho trong bài toán bằng sơ đồ, bảng, hình ảnh,... Từ sơ đồ tóm tắt hoặc hình minh họa, yêu cầu của bài toán sẽ dễ được nhận ra hơn.

Ví dụ 3.20. HS vừa thực hiện bài toán vẽ các đồ thị hàm số $y = x + 4$ và hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$. GV đặt ra một yêu cầu bài toán mới: *Xác định số nghiệm của PT $x^3 + x^2 - 3x - 2 = 0$ trong khoảng $(-3 ; 3)$?*

- Để giải bài toán trên, sử dụng MTCT hỗ trợ biểu diễn các đối tượng trực quan, qua đó giúp cho HS xác định được cách giải bài toán.

$$x^3 + x^2 - 3x - 2 = 0 \Leftrightarrow x^3 + x^2 - 2x + 2 = x + 4$$

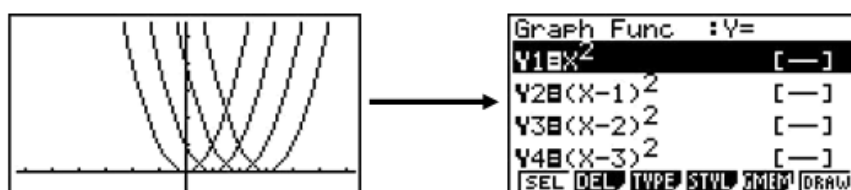
$\Rightarrow$ số nghiệm của PT $x^3 + x^2 - 3x - 2 = 0$ bằng số giao điểm của hai đồ thị của hàm số $y = x + 4$ và $y = x^3 + x^2 - 2x + 2$



c) Chuyển từ biểu diễn trực quan sang biểu diễn bằng ký hiệu:

Dựa trên sơ đồ, hình vẽ, bảng,... đã thực hiện, HS tìm phép toán hoặc đáp án phù hợp.

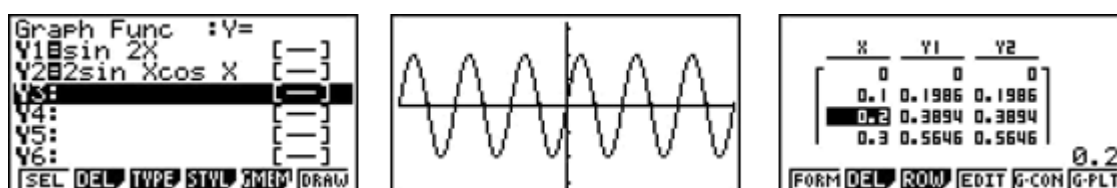
Ví dụ 3.21. Khi dạy học về phép tịnh tiến đồ thị hàm số, GV cho HS quan sát trực quan những kết quả sau (Đồ thị các hàm số $y = x^2$, $y = (x - 1)^2$, $y = (x - 2)^2$, $y = (x - 3)^2$ vẽ trên MTCT Casio fx 9860) và yêu cầu HS viết các hàm số tương ứng:



d) Biểu diễn một đối tượng bằng nhiều hình thức khác nhau:

Khi một đối tượng toán học được biểu diễn bằng nhiều hình thức khác nhau sẽ giúp cho học hiểu rõ hơn bản chất của đối tượng. MTCT có thể hỗ trợ các biểu diễn ở một số chủ đề như hàm số (biểu diễn ký hiệu, bảng, đồ thị), lượng giác (bảng, đồ thị),...

Ví dụ 3.22. Khi dạy học về công thức lượng giác $\sin 2x = 2\sin x \cos x$, HS có thể sử dụng MTCT để lập bảng giá trị và vẽ đồ thị các hàm số $y = 2\sin x \cos x$ và $y = \sin 2x$, như sau:



KẾT LUẬN CHƯƠNG 3

Dựa trên kết quả các nghiên cứu lí luận về DHKP và THDH, từ kết quả nghiên cứu thực trạng sử dụng MTCT trong dạy học ở trường THPT với những lợi ích, định hướng được xác định để sử dụng có hiệu quả phương tiện dạy học và những tồn tại cần khắc phục, nhằm bổ sung hoặc khắc phục những tồn tại rút ra từ cơ sở lí luận và thực tiễn nghiên cứu của đề tài, tác giả luận án đã đề xuất được 3 tình huống khám phá trong dạy học toán THPT với sự hỗ trợ của MTCT.

Các tình huống được đề xuất đã đảm bảo sự gắn kết chặt chẽ giữa với lí luận với thực tiễn, mỗi tình huống chứa đựng đồng thời việc rèn luyện kĩ năng sử dụng MTCT với việc chiếm lĩnh kiến thức ở HS, tạo cơ hội để HS thể hiện năng lực bản thân với mức độ ngày càng cao sau một quá trình học tập và rèn luyện trong môi trường học tập, kích thích tính chủ động, sáng tạo trong khám phá, chiếm lĩnh tri thức và vận dụng những kiến thức đã học được vào thực tiễn. Các biện pháp tổ chức dạy học bằng tình huống khám phá đã đề xuất cần phải được thực hiện linh hoạt, thường xuyên, liên tục trong quá trình dạy học và có thể được mở rộng cho các nội dung dạy học khác như hình học, lượng giác, thống kê,...; phương tiện dạy học cũng có thể được thay thế MTCT như sử dụng các phần mềm có chức năng tương tự, sử dụng điện thoại thông minh có app calculator, đồng thời cần kết hợp với các biện pháp dạy học khác tùy vào sự vận dụng sáng tạo của GV đảm bảo sự phù hợp với đối tượng HS và điều kiện thực tế của lớp học.

Chương 4

THỰC NGHIỆM SƯ PHẠM

4.1. Mục đích, yêu cầu, nội dung thực nghiệm

- Mục đích:

Mục đích của thực nghiệm sư phạm nhằm xem xét tính khả thi của việc áp dụng một số tình huống khám phá trong dạy học Toán THPT với sự hỗ trợ của MTCT. Đánh giá hiệu quả của việc sử dụng MTCT hỗ trợ HS khám phá, giải quyết vấn đề trong học toán, góp phần bồi dưỡng năng lực GQVĐ cho HS, nâng cao chất lượng dạy học bộ môn Toán.

- Yêu cầu:

Thực nghiệm sư phạm phải đảm bảo tính khách quan, chính xác trong đánh giá kết quả của các thực nghiệm.

Thực nghiệm phù hợp với đối tượng HS, bám sát yêu cầu của chương trình và tình hình thực tế, đồng thời không làm ảnh hưởng đến hoạt động dạy học tại đơn vị tổ chức thực nghiệm.

- Nội dung thực nghiệm:

Thiết kế và tổ chức dạy học với một số tình huống khám phá, sử dụng MTCT hỗ trợ được đề xuất trong luận án, trong đó tập trung vào các tình huống sau:

- Tính toán, dự đoán quy luật, phân tích vấn đề bài toán.
- Mô hình hóa toán học.
- Chuyển đổi các hình thức biểu diễn toán học.

Lựa chọn các chủ đề, nội dung toán học để thiết kế kế hoạch bài dạy. Cụ thể như sau:

- Vòng 1: Thực hiện với 10 tiết học, nội dung thuộc chủ đề Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit trong chương trình Giải tích lớp 12.
- Vòng 2: Thực hiện dạy học với 20 tiết học, nội dung thuộc chủ đề PT

và hệ PT trong chương trình Đại số lớp 10 và nội dung Hệ thức lượng trong tam giác trong chương trình Hình học lớp 10.

Để thực nghiệm những biện pháp đã nêu trong luận án, ở cả hai vòng thực nghiệm, chúng tôi đã biên soạn một số bài dạy (những tình huống khám phá thiết kế ở từng bài được trình bày ở phần phụ lục). Trong các giáo án thực nghiệm, GV sử dụng các tình huống khám phá với sự hỗ trợ của MTCT như tính toán, dự đoán, kiểm định giả thuyết; mô hình hóa; biểu diễn toán học ở những hình thức khác nhau để HS được rèn luyện kỹ năng, các thao tác tư duy và nâng cao khả năng GQVĐ toán học.

4.2. Thời gian, quy trình và phương pháp thực nghiệm sư phạm

4.2.1. Thời gian thực nghiệm sư phạm

Căn cứ vào những yêu cầu cụ thể của Luận án, chúng tôi tiến hành theo hai vòng:

- Vòng 1: Năm học 2019 - 2020, thực nghiệm lần 1 tại lớp 12A2, 12A3 trường THPT Đại Từ, Thái Nguyên. Thời gian từ ngày 25/10/2019 đến ngày 15/12/2019.

- Vòng 2: Năm học 2020 - 2021, thực nghiệm lần 2 tại các lớp khối 10 của trường THPT Đại Từ, Thái Nguyên, lớp thực nghiệm 10A12, lớp đối chứng 10A14. Thời gian từ ngày 10/11/2020 đến ngày 11/01/2021.

Thực nghiệm vòng 1 nhằm mục đích kiểm chứng thiết kế tình huống và tổ chức dạy học môn Toán với việc sử dụng MTCT; cách thức dạy có sử dụng MTCT ở những THDH điển hình. Kiểm chứng về thái độ, môi trường sử dụng phương tiện dạy học của GV, HS. Sau đó, tiến hành điều chỉnh cho thực nghiệm vòng 2.

Thực nghiệm vòng 2 nhằm mục đích kiểm chứng hiệu quả của việc áp dụng đồng bộ các biện pháp rèn luyện cho GV trong việc thiết kế và sử dụng tình huống khám phá, với sự hỗ trợ của MTCT; hiệu quả của việc rèn luyện cho HS kỹ năng, cách thức khai thác, sử dụng MTCT trong việc

khám phá nội dung toán học trong chương trình THPT.

4.2.2. Quy trình tổ chức thực nghiệm sư phạm

Thực nghiệm sư phạm được tiến hành theo quy trình sau:

- + Chọn lớp thực nghiệm và đối chứng có chất lượng học tập của HS tương đương nhau.
- + Tập huấn, trang bị cho GV dạy lớp thực nghiệm những kiến thức cơ bản về MTCT, tình huống DHKP và một số tình huống khám phá được đề cập trong luận án. Hướng dẫn GV sử dụng bộ công cụ đánh giá HS.
- + Tổ chức thiết kế bài học theo các chủ đề, nội dung đã lựa chọn.
- + GV dạy học lớp thực nghiệm theo giáo án được thiết kế theo mục đích áp dụng biện pháp của luận án; dạy lớp đối chứng theo giáo án thông thường hằng ngày của GV. HS các lớp thực nghiệm và đối chứng được sử dụng MTCT, riêng lớp thực nghiệm, HS sử dụng MTCT trong các tình huống, hoạt động được thiết kế có mục đích của GV và được sử dụng MTCT có chức năng đồ họa trên phần mềm giả lập ở một số hoạt động.
- + Quan sát lớp học, tiến hành phỏng vấn GV và HS sau giờ học để kiểm chứng và đánh giá.

4.2.3. Phương pháp thực nghiệm sư phạm

a. Nội dung đánh giá

Hiệu quả của việc sử dụng các tình huống khám phá với sự hỗ trợ của MTCT đối với việc đáp ứng mục tiêu từng bài học và chủ đề, thông qua tiến hành các giờ học được chúng tôi đánh giá trên cơ sở:

- + Sự hiểu biết và khả năng vận dụng của GV đối với những biện pháp được chúng tôi đề xuất.
- + Sự hiểu biết của HS về kiến thức của tiết học và cách học.
- + Kiểm tra kiến thức của từng cá nhân của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng thông qua bài kiểm tra tự luận sau nội dung thực nghiệm.
- + Sử dụng phiếu khảo sát dành cho HS với các câu hỏi kiểm tra sự hiểu

biết, sử dụng MTCT của HS trong quá trình tìm tòi, khám phá toán học và vận dụng trong những tình huống học tập cụ thể.

+ Kỹ năng khai thác, sử dụng MTCT.

+ Sự tiến bộ của HS trong học tập nói chung: Thông qua quan sát và đánh giá của các GV bộ môn.

b. Phương pháp đánh giá thực nghiệm sư phạm

Để đánh giá những nội dung trên, chúng tôi sử dụng các công cụ:

+ *Kiểm tra tự luận*: Nhằm đánh giá mức độ đạt được của HS theo mục tiêu bài học và chủ đề. Kiểm tra kiến thức, kỹ năng của từng cá nhân của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng thông qua bài kiểm tra tự luận. Nội dung kiểm tra dựa vào các câu hỏi mà mức độ khó tương đương câu hỏi trong SGK. Tất cả các bài kiểm tra được một người chấm theo thang điểm thống nhất từ 0 đến 10 (*Đề kiểm tra minh họa tại Phụ lục 5.4*). Kết quả những bài kiểm tra được xử lý, đánh giá theo phương pháp thống kê toán học.

+ *Phiếu khảo sát, đánh giá HS*: Để đánh giá mức độ nhận thức, nắm bắt và thể hiện việc sử dụng MTCT trong hoạt động học tập của HS, chúng tôi sử dụng phiếu đánh giá (*Phụ lục 5.1 → 5.3*). Sử dụng phiếu khảo sát dành cho HS với các câu hỏi kiểm tra sự hiểu biết của HS về nội dung bài học, về cách học.

+ *Phỏng vấn*: Để có những thông tin về tác động của việc sử dụng các biện pháp dạy học, tác giả sử dụng phương pháp phỏng vấn (*Phụ lục 1*) nhằm làm sáng tỏ những thông tin về những vấn đề khó xác định được qua quan sát và phiếu hỏi như lợi ích của việc sử dụng MTCT trong học toán, những thách thức, tính hiệu quả trong các nội dung dạy và học, tinh thần thái độ của người sử dụng, những đề xuất biện pháp để làm tăng tính hiệu quả,... Những phỏng vấn này được tiến hành theo cách hỏi – đáp; hỏi qua phiếu với những câu hỏi định hướng, kết hợp quan sát những biểu hiện bên ngoài và kết quả của HS (*Phụ lục 4*). Kết quả phỏng vấn được xử lý và được phân tích định tính.

+ Phương pháp thống kê toán học

Sau khi chấm các bài kiểm tra của HS, chúng tôi thực hiện phân tích, đánh giá dựa trên các thông số thống kê sau:

- Điểm trung bình của các bài kiểm tra bằng công thức: $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{10} x_i \cdot f_i}{N}$,

trong đó N là số bài kiểm tra, x_i là loại điểm, f_i là tần số các điểm.

- Phương sai được tính bằng công thức: $s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{N - 1}$

- Độ lệch chuẩn được tính bằng công thức: $s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{10} (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{N - 1}}$

- Hệ số biến thiên (hệ số phân tán): $V = \frac{s}{\bar{x}}$ (%), hệ số này càng thấp thì chất lượng bài kiểm tra càng cao.

- Sử dụng phép thử t – student để xem xét tính hiệu quả của thực nghiệm sư phạm, ta có kết quả $t = \frac{\bar{x}}{S_{TN}}$, tra bảng phân phối t – student, nếu $t > t_{\alpha}$ chứng tỏ thực nghiệm có hiệu quả rõ rệt.

- Kiểm định phương sai và giả thuyết H_0 :

Kiểm định phương sai bằng giả thuyết E_0 : “Sự khác nhau giữa các phương sai ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là không có ý nghĩa” với đại

lượng $F = \frac{S_{TN}^2}{S_{DC}^2}$:

- Nếu $F < F_{\alpha}$, khẳng định phương sai như nhau, tiếp tục kiểm định giả thuyết H_0 : “Sự khác nhau giữa các điểm trung bình ở hai mẫu là không có ý nghĩa với phương sai như nhau” bằng công thức:

$$t = \frac{\bar{x}_{TN} - \bar{x}_{DC}}{s \cdot \sqrt{\frac{1}{n_{TN}} + \frac{1}{n_{DC}}}}, \text{ với } s = \sqrt{\frac{(N_{TN} - 1) \cdot S_{TN}^2 + (N_{DC} - 1) \cdot S_{DC}^2}{N_{TN} + N_{DC} - 2}}$$

- Nếu $F > F_{\alpha}$, khẳng định phương sai khác nhau, tiếp tục kiểm định giả thuyết H_0 : “Sự khác nhau giữa các điểm trung bình ở hai mẫu là không có ý

nghĩa với phương sai như nhau” theo công thức $t = \frac{\bar{x}_{TN} - \bar{x}_{DC}}{\sqrt{\frac{S_{TN}^2}{n_{TN}} + \frac{S_{DC}^2}{n_{DC}}}}$

Sử dụng phương pháp thống kê toán học để có cơ sở khoa học đánh giá, khẳng định chất lượng của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng.

4.3. Tiến trình thực nghiệm sư phạm

4.3.1. Thực nghiệm sư phạm vòng 1

- Thời gian thực nghiệm: Từ tháng 10/2019 đến tháng 12/2019
- Phương án thực nghiệm: Tiến hành thực nghiệm có đối chứng trên lớp thực nghiệm 12A2 với 45 HS, lớp đối chứng 12A3 với 43 HS của trường THPT Đại Từ, Thái Nguyên. Với lý do để phù hợp trong nghiên cứu, đảm bảo cho việc tổ chức thực nghiệm ở vòng 2 được thực hiện thuận lợi, khách quan và đánh giá chính xác được kết quả sau thực nghiệm.

4.3.1.1. Nội dung thực nghiệm sư phạm vòng 1

- Khảo sát chất lượng trước và sau khi thực nghiệm.
- Trao đổi, tập huấn GV về thiết kế tình huống khám phá với sự hỗ trợ của MTCT. Cùng với GV thiết kế các bài dạy.
- Quan sát HS học tập trên lớp học, xem xét khả năng sử dụng MTCT trong các tình huống khám phá.
- Tổ chức phát phiếu điều tra đối với GV và HS; phỏng vấn GV và HS sau các tiết học thực nghiệm.

4.3.1.2. Phân tích chất lượng HS trước khi tiến hành thực nghiệm

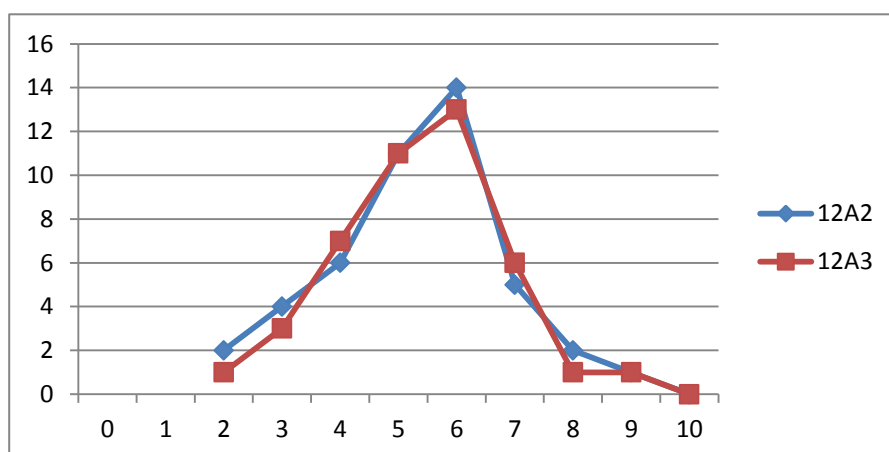
Để tiến hành chọn mẫu thực nghiệm chúng tôi đã tiến hành cho HS làm

bài kiểm tra chất lượng và phân tích kết quả kiểm tra trước thực nghiệm của HS lớp thực nghiệm và lớp đối chứng như sau:

Bảng 4.1. Phân bố điểm kiểm tra chất lượng của lớp thực nghiệm và đối chứng ($f_i(TN) = 12A2$; $f_i(DC) = 12A3$).

Số HS	x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
45	$f_i(TN)$			2	4	6	11	14	5	2	1	0
43	$f_i(DC)$			1	3	7	11	13	6	1	1	0

Biểu đồ 4.1. Đa giác đồ biểu thị điểm kiểm tra chất lượng của lớp thực nghiệm 12A2 và lớp đối chứng 12A3 trước khi thực nghiệm sự phạm vòng 1



Nhìn vào đa giác đồ 4.1, ta thấy hai đỉnh của hai đa giác đồ gần ngang nhau và độ cao của các cột chất lượng điểm trong biểu đồ là gần giống nhau. Hơn nữa, hệ số phân tán của lớp thực nghiệm ($V_{TN} = 0,28$) và lớp đối chứng ($V_{DC} = 0,25$) gần như nhau, điều này chứng tỏ chất lượng của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là tương đương nhau.

4.3.1.3. Kết quả thực nghiệm sự phạm vòng 1

a) Về định tính:

- Đánh giá bước đầu về hiệu quả, lợi ích khi sử dụng MTCT trong hoạt động dạy học: GV đã thiết kế được những THDH theo những biện pháp đã được trao đổi, tiến trình hoạt động trên lớp cơ bản phù hợp với nội dung lựa chọn. HS đã sáng tạo hơn trong tiếp cận và GQVĐ, HS được thử với các cách

khác nhau để diễn đạt cách GQVĐ, tính toán được nhiều phép tính trong một thời gian nhất định, do vậy tiết kiệm thời gian do phải thao tác tính toán, dành nhiều thời gian hơn để tập trung vào GQVĐ toán học. GV và HS có hứng thú trong mỗi tiết học, không khí lớp học sôi nổi.

Tuy nhiên, qua quan sát các tiết học chúng tôi cũng nhận thấy vẫn còn có khó khăn nhất định khi triển khai áp dụng các biện pháp dạy học được đặt ra đối với cả GV và HS như việc khai thác các chức năng của máy tính để hỗ trợ cho các hoạt động khám phá, phát hiện và GQVĐ toán học chưa thực sự được đồng đều giữa các HS (nhiều HS chỉ sử dụng máy tính để tính toán, còn lúng túng trong việc sử dụng đối với những tình huống được đặt ra khi học về khái niệm, định lý), việc thiết kế tình huống ở một số tiết dạy của GV chưa khai thác một cách tối ưu của phương tiện dạy học và còn khó khăn khi sử dụng MTCT đồ họa, chưa sử dụng được một số phương tiện thay thế khi HS trong lớp chưa được trang bị đầy đủ MTCT đồ họa (như việc có thể sử dụng các app calculator trên smartphone).

b) Về định lượng:

Chúng tôi tiến hành cho HS làm bài kiểm tra chất lượng để đánh giá chất lượng học tập của hai lớp, kết quả như sau:

Bảng 4.2. Phân bố điểm của lớp thực nghiệm 12A2 và lớp đối chứng 12A3 sau khi thực nghiệm vòng 1

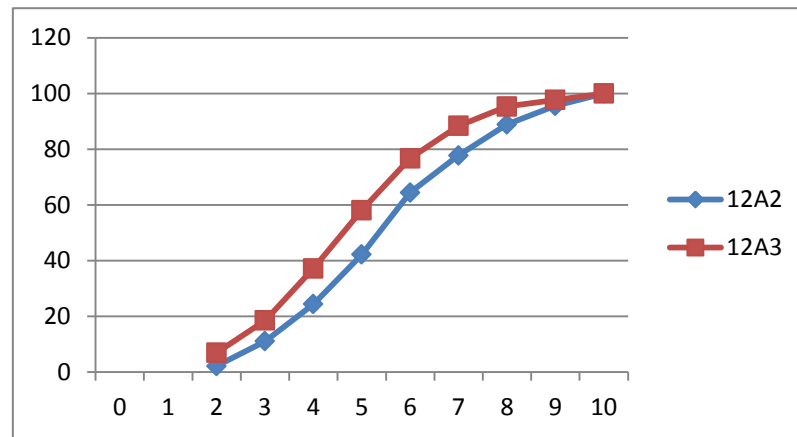
Số HS	x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
45	$f_i(TN)$			1	4	6	8	10	6	5	3	2
43	$f_i(DC)$			3	5	8	9	8	5	3	1	1

Từ bảng kết quả, ta có bảng phân phối tần số lũy tích hội tụ lùi của nhóm thực nghiệm và lớp đối chứng như sau:

Bảng 4.3. Phân bố tần suất lũy tích hội tụ lùi của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau khi thực nghiệm vòng 1

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$w_i (TN)$			2.22	11.11	24.44	42.22	64.44	77.78	88.89	95.56	100
$w'_i (DC)$			6.98	18.6	37.21	58.14	76.74	88.37	95.35	97.67	100

Biểu đồ 4.2. Đồ thị biểu diễn đường tần suất lũy tích hội tụ lùi của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau khi thực nghiệm vòng 1



Biểu đồ 4.2 thể hiện đường biểu diễn hội tụ lùi của lớp thực nghiệm nằm bên phải của đường biểu thị hội tụ lùi của lớp đối chứng. Như vậy, kết quả học tập của nhóm lớp thực nghiệm cao hơn chất lượng của lớp đối chứng.

Để có thể khẳng định về chất lượng của đợt thực nghiệm vòng 1, tiến hành xử lý số liệu thống kê toán học, thu được kết quả sau:

Bảng 4.4

Lớp thực nghiệm ($N = 45$)					Lớp đối chứng ($N = 43$)				
x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$	x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
0		-5.93	35.2044	0	0		-5.21	27.1368	0
1		-4.93	24.3378	0	1		-4.21	17.7182	0
2	1	-3.93	15.4711	15.4711	2	3	-3.21	10.2996	30.8989
3	4	-2.93	8.6044	34.4178	3	5	-2.21	4.8810	24.4051
4	6	-1.93	3.7378	22.4267	4	8	-1.21	1.4624	11.6993
5	8	-0.93	0.8711	6.9689	5	9	-0.21	0.0438	0.3943

Lớp thực nghiệm ($N = 45$)					Lớp đối chứng ($N = 43$)				
6	10	0.07	0.0044	0.0444	6	8	0.79	0.6252	5.0016
7	6	1.07	1.1378	6.8267	7	5	1.79	3.2066	16.0330
8	5	2.07	4.2711	21.3556	8	3	2.79	7.7880	23.3640
9	3	3.07	9.4044	28.2133	9	1	3.79	14.3694	14.3694
10	2	4.07	16.5378	33.0756	10	1	4.79	22.9508	22.9508

Kết quả

Bảng 4.5

Nội dung	Lớp thực nghiệm	Lớp đối chứng
Điểm trung bình	$\bar{x} = 5.93$	$\bar{x} = 5.21$
Phương sai	$S^2 = 3.75$	$S^2 = 3.24$
Độ lệch chuẩn	$S = 1.94$	$S = 1.80$

Sử dụng phép thử t – student để xem xét tính hiệu quả của thực nghiệm

sự phạm, ta có kết quả $t = \sqrt{\frac{\bar{x}}{S_{TN}}} = 1.75$, tra bảng phân phối t – student, bậc tự do $F = 45$, với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$ ta được $t_{\alpha} = 1.66$.

Như vậy, $t = 1.75 > 1.67 = t_{\alpha}$. Thực nghiệm có kết quả rõ rệt.

Tiến hành kiểm định phương sai của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng với giả thuyết E_0 : “Sự khác nhau giữa các phương sai ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là không có ý nghĩa”:

- Đại lượng kiểm định: $F = \frac{S_{TN}^2}{S_{DC}^2} = 1.16$

- Giá trị giới hạn F_{α} tìm trong bảng phân phối F ứng với mức $\alpha = 0.05$ và với các bậc tự do $f_{TN} = 45$; $f_{DC} = 46$ là 1.67, ta thấy $F < F_{\alpha}$: Chấp nhận E_0 , tức là sự khác nhau giữa phương sai ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là không có ý nghĩa.

Để so sánh kết quả thực nghiệm, chúng tôi kiểm định giả thuyết H_0 :

“Sự khác nhau giữa điểm trung bình ở hai lớp thực nghiệm và đối chứng là không có ý nghĩa với phương sai như nhau”. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$, tra bảng phân phối t – student với bậc tự do là $N_{TN} + N_{DC} - 2 = 45 + 43 - 2 = 86$, ta có mức tới hạn $t_{\alpha} = 1.6$.

Tính giá trị kiểm định với:

$$t = \frac{\bar{x}_{TN} - \bar{x}_{DC}}{s \sqrt{\frac{1}{N_{TN}} + \frac{1}{N_{DC}}}} \quad \text{và} \quad s = \sqrt{\frac{(N_{TN} - 1).S_{TN}^2 + (N_{DC} - 1).S_{DC}^2}{N_{TN} + N_{DC} - 2}}$$

có $s = 1.87$ và $t = 1.80$

Ta có, $t = 1.80 > 1.60 = t_{\alpha}$: khẳng định giả thuyết H_0 bị bác bỏ. Chứng tỏ sự khác nhau giữa điểm trung bình ở hai lớp thực nghiệm và đối chứng là có ý nghĩa. Kết quả thực nghiệm chứng tỏ chất lượng của lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng.

c) Đánh giá chung:

Như vậy, có thể đánh giá bước đầu về thực nghiệm sư phạm vòng 1 cho thấy việc sử dụng những tình huống khám phá với sự hỗ trợ của MTCT bước đầu có hiệu quả, GV và HS đều khai thác, sử dụng được MTCT trong quá trình tìm tòi, khám phá và giải quyết những vấn đề toán học được đặt ra. Thực nghiệm sư phạm cũng cho thấy kết quả của HS nhóm lớp thực nghiệm cao hơn nhóm lớp đối chứng, điều này minh chứng các biện pháp mà luận án đưa ra bước đầu có tính khả thi khi vận dụng vào quá trình dạy học, tuy nhiên vẫn còn một số vấn đề cần điều chỉnh để tiếp tục thực nghiệm sư phạm vòng 2.

4.3.2. Thực nghiệm sư phạm vòng 2

- Thời gian thực nghiệm: Từ tháng 11/2020 đến tháng 01/2021

- Phương án thực nghiệm: Tiến hành thực nghiệm có đối chứng, chọn 91 HS lớp 10, gồm 45 HS lớp thực nghiệm 10A14 và 46 HS lớp đối chứng 10A12 ở Trường THPT Đại Từ, Thái Nguyên.

4.3.2.1. Nội dung thực nghiệm sư phạm vòng 2

Từ kết quả thực nghiệm ở vòng 1, thực nghiệm ở vòng 2 tập trung ở một số nội dung sau:

- Kiểm tra chất lượng HS nhóm thực nghiệm và nhóm đối chứng trước và sau khi thực nghiệm.
- Hướng dẫn GV thiết kế các bài dạy (thiết kế tình huống khám phá với sự hỗ trợ của MTCT).
- Quan sát, đánh giá HS học tập trên lớp học, xem xét khả năng sử dụng MTCT trong các tình huống khám phá bằng phiếu khảo sát và bài kiểm tra.
- Tổ chức phát phiếu điều tra đối với GV và HS; phỏng vấn GV và HS sau các tiết học thực nghiệm.

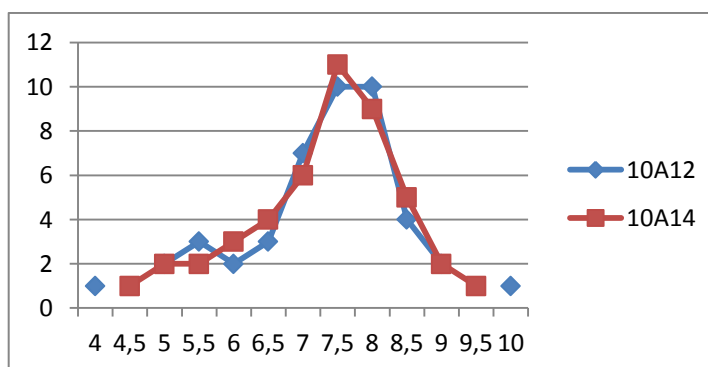
4.3.2.2. Phân tích chất lượng HS trước khi tiến hành thực nghiệm

Để tiến hành chọn mẫu thực nghiệm chúng tôi đã tiến hành cho HS làm bài kiểm tra chất lượng và phân tích kết quả kiểm tra trước thực nghiệm của HS lớp thực nghiệm và lớp đối chứng như sau:

Bảng 4.6. Phân bố điểm kiểm tra chất lượng trước thực nghiệm

Số HS	x_i	4	4.5	5	5.5	6	6.5	7	7.5	8	8.5	9	9.5	10
45	$f_i (TN)$	1		2	3	2	3	7	10	10	4	2		1
46	$f_i (DC)$		1	2	2	3	4	6	11	9	5	2	1	

Biểu đồ 4.3. Đa giác đồ biểu thị điểm kiểm tra chất lượng của lớp thực nghiệm 10A14 và lớp đối chứng 10A12 trước khi thực nghiệm vòng 2



Nhìn vào đa giác đồ 4.3 ta thấy hai đỉnh của hai đa giác đồ gần ngang nhau và độ cao của các cột chất lượng điểm trong biểu đồ là gần giống nhau. Hơn nữa, hệ số phân tán của lớp thực nghiệm ($V_{TN} = 0,16$) và lớp đối chứng ($V_{DC} = 0,15$) gần như nhau, điều này chứng tỏ chất lượng của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là tương đương nhau.

Sử dụng phương pháp thống kê, thu được kết quả như sau:

Bảng 4.7

Lớp thực nghiệm ($N = 45$)					Lớp đối chứng ($N = 46$)				
x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$	x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
4	1	-3.29	10.8168	10.8168	4	0	-3.3	10.9187	0
4.5	0	-2.79	7.7779	0	4.5	1	-2.8	7.8644	7.8644
5	2	-2.29	5.2390	10.4780	5	2	-2.3	5.3100	10.6200
5.5	3	-1.79	3.2001	9.6004	5.5	2	-1.8	3.2557	6.5113
6	2	-1.29	1.6612	3.3225	6	3	-1.3	1.7013	5.1040
6.5	3	-0.79	0.6223	1.8670	6.5	4	-0.8	0.6470	2.5879
7	7	-0.29	0.0835	0.5842	7	6	-0.3	0.0926	0.5558
7.5	10	0.21	0.0446	0.4457	7.5	11	0.20	0.0383	0.4211
8	10	0.71	0.5057	5.0568	8	9	0.70	0.4839	4.3554
8.5	4	1.21	1.4668	5.8672	8.5	5	1.20	1.4296	7.1479
9	2	1.71	2.9279	5.8558	9	2	1.70	2.8752	5.7505
9.5	0	2.21	4.8890	0	9.5	1	2.20	4.8209	4.8209
10	1	2.71	7.3501	7.3501	10	0	2.70	7.2665	0

Kết quả:

Bảng 4.8

Nội dung	Lớp thực nghiệm	Lớp đối chứng
Điểm trung bình	$\bar{x} = 7.29$	$\bar{x} = 7.30$
Phương sai	$S^2 = 1.39$	$S^2 = 1.24$
Độ lệch chuẩn	$S = 1.18$	$S = 1.11$

Tiến hành kiểm định phương sai của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng với giả thuyết E_0 : *Sự khác nhau giữa các phương sai ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là không có ý nghĩa*:

$$\text{- Đại lượng kiểm định: } F = \frac{S_{TN}^2}{S_{DC}^2} = \frac{1.39}{1.24} = 1.12$$

- Giá trị giới hạn F_α tìm trong bảng phân phối F ứng với mức $\alpha = 0.05$ và với các bậc tự do $f_{TN} = 45$; $f_{DC} = 46$ là 1.6, ta thấy $F < F_\alpha$: Chấp nhận E_0 , tức là sự khác nhau giữa phương sai ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là không có ý nghĩa.

Để so sánh kết quả thực nghiệm, kiểm định giả thuyết H_0 : *“Sự khác nhau giữa các điểm trung bình ở hai mẫu là không có ý nghĩa với phương sai như nhau”*. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$, tra bảng phân phối t – student với bậc tự do là $N_{TN} + N_{DC} - 2 = 45 + 46 - 2 = 89$, ta có mức tới hạn $t_\alpha = 1.66$.

Tính giá trị kiểm định:

$$t = \frac{\bar{x}_{TN} - \bar{x}_{DC}}{s \cdot \sqrt{\frac{1}{N_{TN}} + \frac{1}{N_{DC}}}}, \text{ với } s = \sqrt{\frac{(N_{TN} - 1) \cdot S_{TN}^2 + (N_{DC} - 1) \cdot S_{DC}^2}{N_{TN} + N_{DC} - 2}}$$

Ta có, $t = -0.04 < t_\alpha = 1.66$: khẳng định giả thuyết H_0 là đúng, chứng tỏ chất lượng hai lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là tương đương nhau.

4.3.2.3. Kết quả thực nghiệm sư phạm vòng 2

+ Về định tính:

Tiến hành trao đổi, thảo luận với GV về thiết kế dạy học, quan sát, theo dõi các tiết dạy học ở cả lớp thực nghiệm và lớp đối chứng, chúng tôi nhận thấy: Đối với GV, việc thiết kế tình huống khám phá trong dạy học của GV đã bám sát mục tiêu của từng bài học và áp dụng theo các biện pháp được đề xuất. GV đã thành thạo hơn trong việc lựa chọn nội dung, phương pháp dạy học, nhất là những chỉ dẫn cho HS trong việc sử dụng MTCT vào học động

tìm tòi, khám phá, GQVĐ. Quá trình dạy học trên lớp, GV đã linh hoạt khi sử dụng những phương tiện để thay thế khi HS chưa có điều kiện trang bị MTCT đồ họa (sử dụng phần mềm Graph khi vẽ đồ thị, sử dụng chức năng Calculator trên App của Smartphone, kết hợp với trình chiếu trên Projector). Đối với HS lớp thực nghiệm, đã khai thác được các chức năng của MTCT, đã biết sử dụng trong tính toán, phân tích kết quả thu nhận được, khâu dự đoán, mô hình hóa, biểu diễn toán học được HS thực hiện tương đối thành thạo, nhiều HS có kỹ năng sử dụng phương tiện học tập hiệu quả. Không khí lớp thực nghiệm sôi nổi, HS hào hứng khi tham gia vào các tình huống học tập.

+ Về định lượng:

Căn cứ vào Thang đánh giá năng lực GQVĐ với sự hỗ trợ của MTCT (Bảng 6, Phụ lục 3). Kết quả đánh giá năng lực GQVĐ của HS như sau:

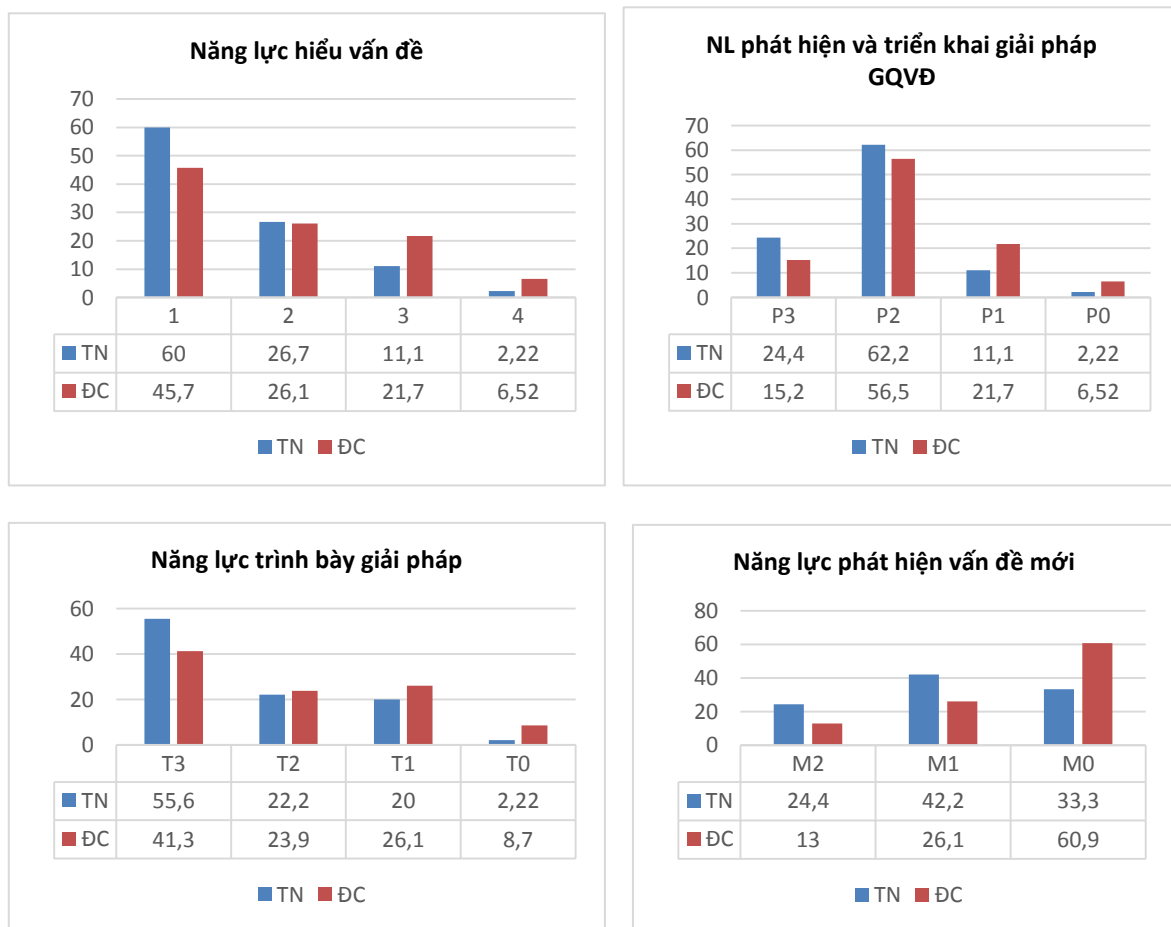
Bảng 4.9. Kết quả đánh giá năng lực GQVĐ của HS

Mức độ năng lực		Kết quả lớp TN		Kết quả lớp ĐC	
		Số HS đạt	Tỷ lệ%	Số HS đạt	Tỷ lệ%
Hiểu vấn đề	H ₃	27	60	21	45.7
	H ₂	12	26.7	12	26.1
	H ₁	5	11.1	10	21.7
	H ₀	1	2.22	3	6.52
Phát hiện và triển khai giải pháp GQVĐ	P ₃	11	24.4	7	15.2
	P ₂	28	62.2	26	56.5
	P ₁	5	11.1	10	21.7
	P ₀	1	2.22	3	6.52
Trình bày giải pháp	T ₃	25	55.6	19	41.3
	T ₂	10	22.2	11	23.9
	T ₁	9	20	12	26.1
	T ₀	1	2.22	4	8.7
Phát hiện giải pháp khác	Pk ₁	26	57.8	15	32.6
	Pk ₀	19	42.2	31	67.4
Phát hiện vấn đề mới	M ₂	11	24.4	6	13
	M ₁	19	42.2	12	26.1

Mức độ năng lực	Kết quả lớp TN		Kết quả lớp ĐC	
	Số HS đạt	Tỷ lệ%	Số HS đạt	Tỷ lệ%
M ₀	15	33.3	28	60.9

Kết quả tại Bảng 4.9 cho thấy, mức độ năng lực GQVĐ đạt được của HS lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng, trong đó năng lực hiểu vấn đề có sự gia tăng đáng kể (lớp thực nghiệm đạt tỷ lệ 60%, lớp đối chứng 45,7%), đặc biệt năng lực phát hiện giải pháp khác của HS lớp thực nghiệm có sự cách biệt so với lớp đối chứng (lớp thực nghiệm đạt tỷ lệ 57,8%, lớp đối chứng 32,6%). Điều đó cho thấy, các biện pháp áp dụng ở lớp thực nghiệm có ý nghĩa trong việc sử dụng MTCT hỗ trợ hoạt động tìm tòi, khám phá, bồi dưỡng năng lực GQVĐ cho HS. Kết quả cho dưới các biểu đồ sau:

Biểu đồ 4.4. Biểu đồ so sánh năng lực GQVĐ của HS lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau khi thực nghiệm vòng 2



Cũng như thực nghiệm sư phạm vòng 1, chúng tôi tiến hành cho HS làm bài kiểm tra chất lượng để đánh giá chất lượng học tập của 2 lớp, kết quả như sau:

Bảng 4.10. Phân bố điểm của lớp thực nghiệm 10A12 và lớp đối chứng 10A14 sau khi thực nghiệm vòng 2

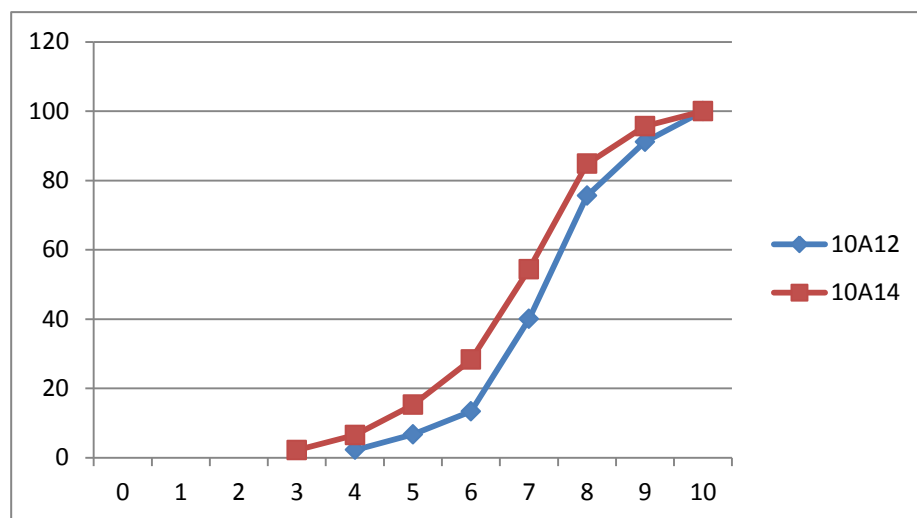
Số HS	x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
45	$f_i (TN)$					1	2	3	12	16	7	4
46	$f_i (DC)$				1	2	4	6	12	14	5	2

Từ bảng kết quả, ta có bảng phân phối tần số lũy tích hội tụ lùi của nhóm thực nghiệm và lớp đối chứng như sau:

Bảng 4.11. Phân bố tần suất lũy tích hội tụ lùi của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau khi thực nghiệm vòng 2

x_i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$w_i (TN)$					2.22	6.67	13.33	40	75.56	91.11	100
$w'_i (DC)$				2.17	6.52	15.21	28.26	54.35	84.78	95.65	100

Biểu đồ 4.5. Đồ thị biểu diễn đường tần suất lũy tích hội tụ lùi của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng sau khi thực nghiệm vòng 2



Biểu đồ 4.5 thể hiện đường biểu diễn hội tụ lùi của lớp thực nghiệm

nằm bên phải của đường biểu thị hội tụ lùi của lớp đối chứng. Như vậy, kết quả học tập của nhóm lớp thực nghiệm cao hơn chất lượng của lớp đối chứng.

Để có thể khẳng định về chất lượng của đợt thực nghiệm vòng 2, chúng tôi tiến hành xử lý số liệu thống kê toán học, thu được kết quả sau:

Bảng 4.12

Lớp thực nghiệm ($N = 45$)					Lớp đối chứng ($N = 46$)				
x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$	x_i	f_i	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i$
0	0	-7.71	59.4612	0	0	0	-7.13	50.8431	0
1	0	-6.71	45.0390	0	1	0	-6.13	37.5822	0
2	0	-5.71	32.6168	0	2	0	-5.13	26.3214	0
3	0	-4.71	22.1946	0	3	1	-4.13	17.0605	17.0605
4	1	-3.71	13.7723	13.7723	4	2	-3.13	9.7996	19.5992
5	2	-2.71	7.3501	14.7002	5	4	-2.13	4.5388	18.1550
6	3	-1.71	2.9279	8.7837	6	6	-1.13	1.2779	7.6673
7	12	-0.71	0.5057	6.0681	7	12	-0.13	0.0170	0.2042
8	16	0.29	0.0835	1.3353	8	14	0.87	0.7561	10.5860
9	7	1.29	1.6612	11.6286	9	5	1.87	3.4953	17.4764
10	4	2.29	5.2390	20.9560	10	2	2.87	8.2344	16.4688

Kết quả

Bảng 4.13

Nội dung	Lớp thực nghiệm	Lớp đối chứng
Điểm trung bình	$\bar{x} = 7.71$	$\bar{x} = 7.13$
Phương sai	$S^2 = 1.72$	$S^2 = 2.33$
Độ lệch chuẩn	$S = 1.31$	$S = 1.53$

Sử dụng phép thử t – student để xem xét tính hiệu quả của thực nghiệm

sự phạm, ta có kết quả $t = \sqrt{\frac{\bar{x}}{S_{TN}}} = \sqrt{\frac{7.49}{1.28}} = 2.42$, tra bảng phân phối t –

student, bậc tự do $F = 45$, với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$ ta được $t_\alpha = 1.67$.

Như vậy, $t = 2.42 > 1.67 = t_\alpha$. Thử nghiệm có kết quả rõ rệt.

Tiến hành kiểm định phương sai của lớp thực nghiệm và lớp đối chứng với giả thuyết E_0 : “Sự khác nhau giữa các phương sai ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là không có ý nghĩa”:

- Đại lượng kiểm định: $F = \frac{S_{TN}^2}{S_{DC}^2} = 0.74$

- Giá trị giới hạn F_α tìm trong bảng phân phối F ứng với mức $\alpha = 0.05$ và với các bậc tự do $f_{TN} = 45$; $f_{DC} = 46$ là 1.6 ta thấy $F < F_\alpha$: Chấp nhận E_0 , tức là sự khác nhau giữa phương sai ở lớp thực nghiệm và lớp đối chứng là không có ý nghĩa.

- Để so sánh kết quả thực nghiệm, chúng tôi kiểm định giả thuyết H_0 : “Sự khác nhau giữa điểm trung bình ở hai lớp thực nghiệm và đối chứng là không có ý nghĩa với phương sai như nhau”. Với mức ý nghĩa $\alpha = 0.05$, tra bảng phân phối t – student với bậc tự do là $N_{TN} + N_{DC} - 2 = 45 + 46 - 2 = 89$, ta có mức tới hạn $t_\alpha = 1.66$.

Tính giá trị kiểm định với:

$$t = \frac{\bar{x}_{TN} - \bar{x}_{DC}}{s \sqrt{\frac{1}{N_{TN}} + \frac{1}{N_{DC}}}} \quad \text{và} \quad s = \sqrt{\frac{(N_{TN} - 1) \cdot S_{TN}^2 + (N_{DC} - 1) \cdot S_{DC}^2}{N_{TN} + N_{DC} - 2}}$$

có $s = 1.42$ và $t = 1.95$

Ta có, $t = 1.95 > 1.66 = t_\alpha$: khẳng định giả thuyết H_0 bị bác bỏ. Chứng tỏ sự khác nhau giữa điểm trung bình ở hai lớp thực nghiệm và đối chứng là có ý nghĩa. Kết quả thực nghiệm chứng tỏ chất lượng của lớp thực nghiệm cao hơn lớp đối chứng.

KẾT LUẬN CHƯƠNG 4

Mục đích của thực nghiệm sư phạm là kiểm chứng tính khả thi và tính hiệu quả của việc thiết kế và sử dụng tình huống khám phá trong dạy học môn toán ở cấp THPT với sự hỗ trợ của MTCT. Với những tình huống đã được tác giả luận án trao đổi, thảo luận, cùng với GV thiết kế và được tổ chức hoạt động dạy học trên lớp, tập trung vào nhóm tình huống được đề cập trong Chương 3 của luận án (Sử dụng MTCT hỗ trợ HS tính toán, dự đoán quy luật, phân tích vấn đề bài toán; mô hình hóa toán học; chuyển đổi các hình thức biểu diễn toán học) và được thực nghiệm trong các THDH khái niệm, định lí, giải bài tập,... Qua hai vòng thực nghiệm, bước đầu rút ra một số nhận định sau:

1. Có sự thay đổi trong nhận thức của GV và HS về việc sử dụng MTCT trong dạy và học toán. Quan niệm trước đây là MTCT chỉ có tác dụng trong khâu tính nhanh kết quả, qua thực nghiệm cả GV và HS đều có đánh giá MTCT ngoài tác dụng để tính nhanh, chúng còn được sử dụng để hỗ trợ trong các khâu cơ bản của quá trình dạy và học toán như dự đoán, mô hình hóa, biểu diễn toán học.

2. Đối với HS THPT, những yêu cầu cơ bản về tính toán (số học, đại số...) và những kĩ năng trong tính toán như tính nhẩm, biến đổi biểu thức, giải PT, bất PT đơn giản,... đã được trang bị từ những lớp học dưới, do vậy việc sử dụng MTCT để hỗ trợ để tính toán thông thường trong hoạt động học tập toán sẽ giúp cho HS có được kết quả nhanh, chính xác, dành nhiều thời gian hơn cho các hoạt động tìm tòi, phát hiện và GQVĐ toán học.

3. Về thiết kế tình huống khám phá trong dạy học của GV: qua phân tích, thảo luận sau khi xem xét việc thiết kế bài dạy của GV và dự giờ nhận thấy các kết quả thu được có hiệu quả, GV tương đối thành thạo xây dựng tình huống với việc sử dụng MTCT hỗ trợ cho hoạt động dạy và học, đã khai

thác được các chức năng của MTCT trong việc giúp cho HS tìm tòi, khám phá và giải quyết các vấn đề toán học.

4. HS tiếp nhận các tình huống học tập một cách tự nhiên, tích cực sử dụng công cụ, giải quyết tốt được vấn đề trong từng tình huống. Tạo được môi trường học tập thân thiện, một phong cách học tập với sự hỗ trợ của công nghệ, làm tăng khả năng chiếm lĩnh kiến thức, khả năng hợp tác, tự học,... Kết quả học tập có nhiều cải thiện.

5. Mặc dù khẳng định việc thiết kế, sử dụng tình huống khám phá với sự hỗ trợ của MTCT mang lại lợi ích cho HS và GV. Tuy nhiên, việc lạm dụng MTCT có thể mang lại những tác động tiêu cực như làm giảm kỹ năng tính toán cơ bản ở HS, hay quá phụ thuộc vào máy tính trong quá trình học tập. Do vậy, sử dụng hợp lý MTCT, kết hợp với giấy, bút trong lớp học là sự cần thiết, đồng thời việc sử dụng MTCT trong dạy học toán cần được tiếp tục nghiên cứu, nhất là nghiên cứu xây dựng các THDH để phát huy được những lợi ích của MTCT, nâng cao chất lượng dạy học môn Toán ở trường THPT.

KẾT LUẬN

1. Yêu cầu về sử dụng phương tiện hỗ trợ dạy học toán ở trường phổ thông là vấn đề có tính cấp thiết trong bối cảnh đổi mới căn bản và toàn diện giáo dục hiện nay và là xu thế trong dạy học ở các nước trên thế giới. Dạy học toán với phương tiện MTCT: vấn đề này vẫn chưa được GV quan tâm đúng mức ở các trường THPT với nhiều lý do chủ quan và khách quan khác nhau: chỉ coi MTCT là công cụ chỉ có chức năng tính toán, chưa khai thác được MTCT để trở thành công cụ tiếp cận kiến thức, là phương tiện để phân tích các tình huống toán học, GV chưa thiết kế được THDH trong môi trường sử dụng MTCT.

2. Tác giả đã đưa ra quan niệm về tình huống khám phá trong dạy học toán với sự hỗ trợ của MTCT. Nghiên cứu đã chỉ ra các đặc điểm của tình huống khám phá gồm: Là những tình huống mở, có tính khái quát; Tình huống phải làm cho HS có hứng thú hoặc phải tạo ra hứng thú ở HS (hào hứng, tìm tòi, khám phá); Khêu gọi được hoạt động học tập (tư duy, suy nghĩ, tự giác, chủ động, tích cực...); Phù hợp với trình độ nhận thức của HS.

3. Nghiên cứu đã đưa ra được 3 tình huống khám phá trong dạy học môn toán với sự hỗ trợ của MTCT và đề xuất quy trình, nguyên tắc tổ chức dạy học với tình huống khám phá trong dạy học môn Toán.

4. Các tình huống được đề xuất đã đảm bảo sự gắn kết chặt chẽ giữa với lí luận với thực tiễn, mỗi tình huống chứa đựng đồng thời việc rèn luyện kĩ năng sử dụng MTCT với việc chiếm lĩnh kiến thức ở HS, tạo cơ hội để HS thể hiện năng lực bản thân, kích thích tính sự chủ động, sáng tạo trong khám phá, chiếm lĩnh tri thức và vận dụng những kiến thức đã học được vào thực tiễn.

5. Kết quả thực nghiệm đã khẳng định: Các tình huống khám phá và quy trình tổ chức dạy học được đề xuất trong luận án đã mang lại hiệu quả thiết thực và khẳng định tính đúng đắn của giả thuyết khoa học đã đề ra.

DANH MỤC CÁC CÔNG TRÌNH ĐÃ CÔNG BỐ CÓ LIÊN QUAN ĐẾN LUẬN ÁN

1. Nguyễn Anh Tuấn, Nguyễn Văn Hưng (2017), “*Khám phá bài toán với sự hỗ trợ của máy tính cầm tay*”. Kỷ yếu Hội thảo khoa học quốc tế: Phát triển năng lực sư phạm đội ngũ giáo viên KHTN đáp ứng yêu cầu đổi mới giáo dục phổ thông, Trường ĐHSP Hà Nội, tháng 12/2017.
2. Nguyễn Danh Nam, Nguyễn Văn Hưng (2018), “*Máy tính cầm tay đồ họa – Phương tiện hỗ trợ dạy học Toán ở trường phổ thông*”. Tạp chí Giáo dục, số 423, tháng 2/2018.
3. Nguyễn Văn Hưng (2018), “*The trend of using hand-held calculators for teaching and learning mathematics at school.*” Vietnam Journal of Education, Vol. 3, 2018, pp. 43-47
4. Nguyễn Văn Hưng (2018), “*Benefits and challenges of using electronic calculators for teaching and learning Mathematics in high schools*”. Vietnam Journal of Education, Vol. 5, 2018, pp. 82-87
5. Nguyễn Văn Hưng (2019), “*Một số biện pháp khai thác, sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học môn toán ở trường phổ thông*”. Tạp chí Giáo dục, số 460, tháng 8/2019.
6. Nguyễn Văn Hưng, Nguyễn Danh Nam (2021), “*Sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học môn toán ở trường phổ thông*”. Công nghệ và Giáo dục, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội, tr 249-280.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

A. TIẾNG VIỆT

1. Nguyễn Thị Tân An (2012), “Sự cần thiết của mô hình hoá trong dạy học toán”, *Tạp chí Khoa học*, Trường ĐHSP TP. Hồ Chí Minh, số 37, tr 4-7.
2. Lê Võ Bình (2007), *Dạy học hình học các lớp cuối cấp trung học cơ sở theo định hướng bước đầu tiếp cận phương pháp khám phá*, Luận án tiến sĩ giáo dục học, Đại học Vinh.
3. Vũ Thị Bình (2016), *Bồi dưỡng năng lực biểu diễn toán học và năng lực giao tiếp toán học cho học sinh trong dạy học môn toán lớp 6, lớp 7*, Luận án tiến sĩ, Viện KHGDVN.
4. Bộ Giáo dục và Đào tạo (2018), *Chương trình Giáo dục phổ thông*.
5. Claude Comiti (1991), *Hai thể hiện của vai trò thầy giáo ủy thác và thể chế hóa*, Báo cáo Hội nghị chuyên đề Didactic Toán tại Đại học Sư phạm Huế.
6. Nguyễn Hữu Châu, Cao Thị Hà (2004), "Cơ sở lí luận của lí thuyết kiến tạo trong dạy học", *Tạp chí Thông tin Khoa học giáo dục*, số 103/2004, tr 1-4.
7. Lê Thị Hồng Chi (2014), *Dạy học dựa vào tìm tòi ở tiểu học với sự hỗ trợ của CNTT*, Luận án Tiến sĩ Khoa học Giáo dục, Viện KHGD Việt Nam.
8. Trần Đình Cư (2015), *Chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi giải Toán trên máy tính cầm tay Casio 570VN Plus*, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
9. Nguyễn Văn Cường (2010), *Một số vấn đề chung về đổi mới phương pháp dạy học ở trường THPT*, Bộ Giáo dục và Đào tạo, Dự án PTGD THPT.
10. Danilop M.A., Xkatkin M.N. (1980), *Lí luận dạy học ở trường phổ thông*, NXB Giáo dục, Hà Nội.
11. Trần Anh Dũng (2009), “Thực nghiệm trong toán học và quan điểm thực nghiệm trong giảng dạy toán”, *Tạp chí khoa học ĐHSP TP. HCM*, số 18.
12. Đoàn Trí Dũng, Bùi Thế Việt (2016), *Phương pháp sử dụng Máy tính Casio trong giải toán PT, bất PT, hệ PT*, NXB ĐHSP TP. Hồ Chí Minh.
13. Lâm Thùy Dương, Trần Việt Cường (2018), “Vận dụng mô hình hóa toán học trong dạy học toán ở tiểu học”, *Tạp chí Giáo dục*, Số đặc biệt tháng 9/2018, tr 127-129; 176

14. Vũ Cao Đàm (1999), *Phương pháp luận nghiên cứu khoa học*, NXB Khoa học và Kỹ thuật.
15. Nguyễn Ngọc Giang (2016), *Nghiên cứu, thiết kế và sử dụng sách giáo khoa điện tử trong dạy học phép biến hình trên mặt phẳng theo hướng tổ chức các hoạt động khám phá*, Luận án Tiến sĩ Khoa học GD, Viện KHGD Việt Nam.
16. Nguyễn Việt Hải (1984), *Các tổ hợp thiết bị dạy học như một phương tiện dạy học Hình học*, Luận án Phó Tiến sĩ Trường ĐHSP Leningrát.
17. Phó Đức Hoà (2010), *Dạy học tích cực và cách tiếp cận trong dạy học ở tiểu học*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
18. Nguyễn Dương Hoàng, Nguyễn Thị Thu Ba (2019), “Vận dụng mô hình hóa toán học trong dạy học chủ đề "Hàm số bậc hai"”, *Tạp chí Giáo dục*, Số đặc biệt tháng 7/2019, tr 217-220;
19. Trần Bá Hoành (2004), "Dạy học bằng các hoạt động khám phá có hướng dẫn", *Tạp chí Thông tin khoa học giáo dục*, số 102/2004, tr. 2-6.
20. Đặng Thành Hưng (2002), *Dạy học hiện đại: lí luận, biện pháp, kĩ thuật*, NXB Đại học Quốc gia, Hà Nội.
21. Đặng Thành Hưng (2012), *Cơ sở tâm lí học giáo dục*, Giáo trình đào tạo tiến sĩ, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam, Hà Nội.
22. Nguyễn Bá Kim (chủ biên), Đinh Nho Chương, Nguyễn Mạnh Cầm, Vũ Dương Thụy, Nguyễn Văn Thương (1994), *Phương pháp dạy học môn Toán*, Nxb Giáo dục.
23. Nguyễn Bá Kim (2015), *Phương pháp dạy học môn Toán*, Nxb ĐH Sư phạm.
24. Đào Thái Lai (2003), "Ứng dụng CNTT giúp học sinh tự khám phá và giải quyết vấn đề trong học toán ở trường phổ thông", *Tạp chí Giáo dục*, số 57.
25. Nguyễn Hữu Lam (2003), *Giảng dạy theo phương pháp tình huống*, Chương trình giảng dạy Kinh tế Fulbright (1/10/2003 - 4/10/2003 tại FETP).
26. Trần Ngọc Lan (2010), *100 tình huống sư phạm trong dạy học môn Toán ở tiểu học*, NXB Giáo dục Việt Nam.
27. Ngô Thúc Lanh, Đoàn Quỳnh, Nguyễn Đình Trí (2000), *Từ điển toán học thông dụng*, NXB Giáo dục.

28. Nguyễn Lâm (2006), *Từ điển từ và ngữ Việt Nam*, NXB Tổng hợp TPHCM.
29. Nguyễn Phú Lộc (2016), *Tích cực hóa hoạt động học tập của học sinh trong dạy học môn Toán - Một chuyên khảo trên cơ sở lí thuyết hoạt động*, NXB Đại học Cần Thơ.
30. Luật Giáo dục 2019.
31. Đỗ Hoàng Mai (2017), *Thiết kế tình huống dạy học hiệu quả môn toán ở tiểu học*, Luận án Tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường ĐHSP Hà Nội.
32. Hoàng Lê Minh (2012), “Thiết kế THDH nhằm tăng cường hoạt động học tập của học sinh trong dạy học môn Toán”, *Tạp chí Giáo dục*, kỳ 2 tháng 8/2012.
33. Nguyễn Danh Nam (2016), *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, NXB Đại học Thái Nguyên.
34. Phạm Sỹ Nam (2012), “Một số định hướng trong việc dạy học tìm tòi, khám phá kiến thức giải tích cho học sinh trung học phổ thông chuyên”, *Tạp chí khoa học ĐHSP Hà Nội*, số 57, tr 26-32.
35. Bùi Văn Nghị (2008), *Vận dụng lý luận vào thực tiễn dạy học môn Toán ở trường phổ thông*, NXB Đại học Sư phạm, Hà Nội.
36. Bùi Văn Nghị, Nguyễn Tiến Trung (2013), “Một số quan điểm về việc thiết kế THDH môn Toán ở trường THPT theo hướng nâng cao tính tích cực nhận thức của học sinh”, *Tạp chí Giáo dục*, số 312, (kì 2, 6/2013), tr 45-47,50.
37. Nghị quyết số 29-NQ/TW, ngày 04/11/2013 Hội nghị lần thứ tám BCH Trung ương Đảng (khoá XI) về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo.
38. Nghị quyết số 88/2014/QH13, ngày 28/11/2014 của Quốc hội khóa 13 về đổi mới chương trình, sách giáo khoa giáo dục phổ thông.
39. Nghị quyết số 44/NQ-CP, ngày 09/6/2014 của Chính phủ ban hành Chương trình hành động của Chính phủ thực hiện Nghị quyết số 29-NQ/TW.
40. Phan Trọng Ngọ (2005), *Dạy học và phương pháp dạy học trong nhà trường*, NXB Đại học Sư phạm Hà Nội.
41. Phan Trọng Ngọ (2012), *Cơ sở triết học và tâm lí học của đổi mới phương pháp dạy học trong trường phổ thông*, NXB ĐHSP, Hà Nội.

42. Nguyễn Thị Kiều Oanh (2016), *Dạy học bốn phép tính với số tự nhiên trong môn toán ở tiểu học theo hướng phát triển năng lực*, Luận án Khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
43. Petty, G. (1998), *Khám phá có hướng dẫn: Dạy bằng cách đặt câu hỏi*, Dạy học ngày nay, NXB Stanley Thornes, Tài liệu dịch của dự án Việt Bỉ, Hà Nội.
44. Hoàng Phê (Chủ biên) và các tác giả (2008), *Từ điển tiếng Việt*, Nxb Đà Nẵng.
45. G. Polya (1995), *Toán học và những suy luận có lí*, NXB Giáo dục Hà Nội.
46. Nguyễn Lan Phương (2000), *Cải tiến phương pháp dạy học toán với yêu cầu tích cực hóa hoạt động học tập theo hướng giúp HS phát hiện và GQVĐ*, Luận án tiến sĩ Giáo dục, Viện Khoa học
47. Tạ Duy Phượng, Phạm Thị Hồng Lý (2008), *Một số dạng toán thi học sinh giỏi giải toán trên máy tính điện tử*, NXB Giáo dục
48. Quyết định số 404/QĐ-TTg, ngày 27/3/2015 của Thủ tướng Chính phủ phê duyệt Đề án đổi mới chương trình, sách giáo khoa GDPT.
49. Nguyễn Thái Sơn (2015), *Hướng dẫn giải toán trên máy tính Casio fx-570VN PLUS dành cho các lớp 10-11-12*, Công ty Cổ phần Xuất nhập khẩu Bình Tây – Bitex. TP. Hồ Chí Minh.
50. Phan Anh Tài (2014), *Đánh giá năng lực GQVĐ của HS trong dạy học toán lớp 11 THPT*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh.
51. Nguyễn Cảnh Toàn (1997), *Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc học, dạy, nghiên cứu Toán học*, Tập 1, NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
52. Lương Việt Thái (2011), *Phát triển chương trình giáo dục phổ thông theo định hướng phát triển năng lực người học*, Đề tài khoa học và công nghệ cấp Bộ, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.
53. Hà Xuân Thành (2017), *Dạy học Toán ở trường trung học phổ thông theo hướng phát triển năng lực giải quyết vấn đề thực tiễn thông qua việc khai thác và sử dụng các tình huống thực tiễn*, Luận án Tiến sĩ khoa học giáo dục, Viện Khoa học Giáo dục Việt Nam.

54. Từ Đức Thảo (2012), *Bồi dưỡng năng lực phát hiện và GQVĐ cho HS Trung học phổ thông thông qua dạy học hình học*, Luận án Tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh, Nghệ An
55. Thomas, J (2003), *Kinh nghiệm giảng dạy tình huống và làm thế nào để viết một tình huống tốt (bài giảng)*, Trường Quản lí nhà nước John F. Kennedy, Đại học Harvard (17/11/2003) tại FETP - Chương trình giảng dạy kinh tế Fulbright.
56. Chu Cẩm Thơ (2010), *Vận dụng các phương pháp kích thích tư duy trong dạy học môn Toán ở trường Phổ thông*, Luận án Tiến sĩ Khoa học Giáo dục, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.
57. Phạm Thị Thanh Tú (2012), “Xây dựng quy trình hướng dẫn sinh viên thiết kế các tình huống dạy học môn toán theo hướng tăng cường hoạt động tìm tòi, phát hiện kiến thức cho học sinh”, *Tạp chí khoa học ĐHSP Hà Nội*, số 57, tr52-58.
58. Nguyễn Anh Tuấn (2012), “*Quy trình vận dụng khái niệm toán học theo quan điểm kiến tạo cho học sinh giỏi cấp THCS*”, *Tạp chí khoa học giáo dục ĐHSP Hà Nội*, số 4, tr 3-10.
59. Nguyễn Văn Trang (chủ biên), Nguyễn Thế Thạch, Nguyễn Trường Chảng (2005), *Hướng dẫn sử dụng Máy tính Casio fx 570MS và giải toán dùng cho lớp 10-11-12*, NXB Giáo dục.
60. Trần Thúc Trình (2004), "Phương pháp khám phá trong nghiên cứu khoa học và trong dạy học", *Tạp chí Thông tin khoa học giáo dục*, số 111/2004, tr. 18-20.
61. Đào Văn Trung (2001), *Làm thế nào để học tốt toán phổ thông*, NXB Đại học Quốc gia, Hà Nội.
62. Nguyễn Tiến Trung (2014), *Thiết kế tình huống dạy học hình học ở trường trung học phổ thông theo hướng giúp học sinh kiến tạo tri thức*, Luận án Tiến sĩ Giáo dục học trường Đại học Sư phạm Hà Nội.
63. Lê Thái Bảo Thiên Trung (2011), “Vấn đề ứng dụng CNTT trong dạy học Toán và các lợi ích của MTCT”, *Tạp chí Khoa học*, Trường ĐHSP TP. Hồ Chí Minh, số tháng 9, trang 51-58.

64. Lê Thái Bảo Thiên Trung (2014), “Nghiên cứu các tình huống dạy học Toán trong môi trường máy tính bỏ túi nhờ một phần mềm giả lập”, *Tạp chí Khoa học ĐHQGHN: Nghiên cứu Giáo dục*, Tập 30, Số 2 (2014) 19-27
65. Nguyễn Anh Tuấn (2002), *Bồi dưỡng năng lực phát hiện và GQVĐ cho HS THCS trong dạy học khái niệm toán học (thể hiện qua một số khái niệm mở đầu đại số ở THCS)*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Viện Khoa học Giáo dục.
66. Nguyễn Anh Tuấn, Nguyễn Danh Nam, Bùi Thị Hạnh Lâm, Phan Thị Phương Thảo (2014), *Giáo trình rèn luyện nghiệp vụ sư phạm môn Toán*, NXBGDVN.
67. Thái Duy Tuyên - Bùi Hồng Thái (2010), “Tìm hiểu dạy học tình huống và tình huống dạy học”, *Tạp chí Khoa học Giáo dục*, số 63, tháng 12/2010.
68. Thịnh Thị Bạch Tuyết (2016), *Dạy học giải tích ở trường trung học phổ thông theo hướng bồi dưỡng năng lực giải quyết vấn đề thông qua trang bị một số thủ pháp hoạt động nhận thức cho học sinh*, Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Viện Khoa học Giáo dục, Hà Nội.
69. Viện ngôn ngữ học (2000), *Từ điển Tiếng Việt 2000*, NXB Đà Nẵng - Trung tâm từ điển học, Hà Nội - Đà Nẵng.
70. Trần Vui (2009), “Biểu diễn trực quan trong việc học toán”, *Tạp chí Giáo dục* số 227 (kì 1), tháng 12/2009.
71. Trần Vui, *Đánh giá hiểu biết toán của HS 15 tuổi chương trình đánh giá HS quốc tế PISA*, Nxb Giáo dục.
72. Trần Vui (2020), “Lập và sử dụng mô hình với hàm số phù hợp để giải các bài toán thực tế”, *Tạp chí Giáo dục*, số 492, (kì 2 - 12/2020), tr 16-21.
73. Xavier Roegiers (1996), *Khoa sư phạm tích hợp hay làm thế nào để phát triển các năng lực tích hợp ở nhà trường ?* Đào Trọng Quang và Nguyễn Ngọc Nhị dịch. NXB Giáo dục.

TIẾNG ANH

74. Alagic M., Yeotis C., Rimmington G., Koert D. (2010), *Infusing Inquiry and Information Technology: Cognitive Apprenticeship Learning Environment Model*, Wichita State University.

75. Alfieri, L., Brooks, P. J., Aldrich, N. J., & Tenenbaum, H. R. (2011). *Does discovery-based instruction enhance learning?*. Journal of Educational Psychology, 103(1), 1-18.
76. Barrow L. H. (2006), "A Brief History of Inquiry: From Dewey to Standards", *Journal of Science Teacher Education* 17, pp. 265-278, Southwestern Bell Science Education Center, University of Missouri, Columbia, MO 65211 U.S.A.
77. Bardini, Drijvers & Weigand (2010), *Handheld technology in the mathematics classroom - Theory and practice* (Vol. 42).
78. Bruner, J.S. (1961). *"The act of discovery"*. Harvard Educational Review. 31 (1): 21–32.
79. Bruner, J.S (1974): *Learning Through Experience and Learning Through Media*. In Olson, Media and Symbols. The 73rd Yearbook of the NSSE, I, Chikago, pp 120-150.
80. Campbell P, Stewart EL (1993), "Calculators and Computers", In R. Jensen (Ed.), Early Childhood Mathematics, *NCTM Research Interpretation Project* pp. 251-268.
81. Carlson MP (1995), "A successful transition to a calculator integrated college algebra curriculum: Clues, surveys, and trends", In P. Bogack (Managing Ed.), E. D. Fife, & L. Husch (Eds.), *Proceedings of the seventh annual international conference on technology in collegiate Mathematics* (pp. 73-77).
82. Carroll, J., & Beman, V. (2015). *"Boys, inquiry learning and the power of choice in middle school English classroom"*. Adolescent Success. 15(1): 4–17.
83. Dunham PH (1993), "Does Using Calculators Work?" *The Jury Is Almost In*. UME Trends, 5(2): 8-9
84. Dunham, P.H - Dick, T.P (1994), "Research on graphing calculators", *Mathematics Teacher*, 87 (6), pp. 440-445.
85. Dunham PH (1995), "Calculator Use and Gender Issues", *Association for Women in Math*, Newslett., 25(2): 16-18.
86. Experimental Mathematics: *A Discussion* by J. Borwein, P. Borwein, R. Girgensohn and S. Parnes.

87. Gerald Goldin and Nina Shteingold (2001), *Systems of Representations and the Development of Mathematical Concepts*, In A. Cuoco & F. Curcio (Eds.), *The roles of representation in school mathematics* (pp. 1-23). Reston, VA: NCTM.
88. Garcia, J. F & Dorier, J. L. (2013). "*Challenges and opportunities for the implementation of inquiry-based learning in day-to-day teaching*". *ZDM Mathematics Education*. 45: 837–849
89. Jakes, D. & Knodle, H. (2001), "*Using the Internet to Promote Inquirybased Learning*", <http://www.techlearning.com>
90. Jenny W., Leslie J. W. (2009), *Focus on Inquiry: A teacher's Guide to Implementing Inquiry - based Learning*, Curriculum Corporation.
91. Hahkioniemä M. (2006), *The role of representations in learning the derivative*, University of Jyväskylä, Department of Mathematics and Statistics, Finland.
92. Hamrick, Kathy B. (1996), "The History of the Hand-Held Electronic Calculator", *The American Mathematical Monthly*, The American Mathematical Monthly, Vol. 103, No. 8. 103 (8): 633–639.
93. Hembree, R - Dessart, D.J (1986), "Effects of hand-held calculators in precollege mathematics education: A meta – analysis", *Journal for Research in Mathematics Education*, 17 (2), pp 83-99.
94. Horton, R. M., Storm, J., & Leonard, W. H. (2004), "The graphic calculator as an aid to teaching algebra", *Contemporary Issues in Technology and Teacher Education*, 4(2), 152 -162.
95. Kemp, M., Kissane, B. & Bradley, J. (1995), "Assessment and the graphics calculator", In Anne, R. (Ed.), *FLAIR: Forging links and integrating resources* (pp. 235-241). Darwin: The Australian Association of Mathematics Teachers.
96. Khan M. S., Hussain .S, Ali .R (2011), "Effect of inquiry method on achievement of students in Chemistry at Secondary level", *International Journal of Academic Research*, Vol.3, No 1, January.
97. Kirshner P. A., Sweller J., Clark R. E. (2005), "Why minimal guidance during instruction does not work: an analysis of the failure of constructivist, discovery,

- problem-based, experiential, and inquiry-based teaching", *Educational Psychologist*, 41(2).
98. Kissane, B. (2000), "Technology and the curriculum: The case of the graphics calculator", In M. O. J. Thomas (Ed.), *Proceedings of TIME 2000: An international conference on Technology in Mathematics Education* (pp. 60-71). Auckland, New Zealand.
 99. Krajcik J., Blumenfeld P., Marx R., Soloway E. (2005), *Inquiry Part 3: Instructional, Curricular, and Technological Supports for Inquiry in Science Classrooms*, Inquiring into Inquiry Learning and Teaching in Science, Edited by Jim Minstrell Emily H. van Zee, American Association for the Advancement of Science Washington, DC.
 100. Lesh, R. - Galbraith, P. - Haines, C. - Hurford, A. (2016), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competences*, Springer.
 101. Mason, J. (2002), Generalisation and algebra: "Exploiting children's powers", *Aspects of teaching secondary mathematics: Perspectives on practice* (pp.105-120).
 102. Monroe, P. (Ed.). (1911). "Discovery, method of". A Cyclopedia of Education Vol. 2, p. 336. New York, NY: The Macmillan Company.
 103. Mayer, R. (2004). "Should there be a three-strikes rule against pure discovery learning? The case for guided methods of instruction". *American Psychologist*. 59 (1): 14–19.
 104. Noraini Idris (2006), "Exploring the effects of TI-84 plus on achievement and anxiety in Mathematics", *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 2(3), 66-78.
 105. Rubin A. (1996), *Educational Technology: Support for Inquiry-Based Learning*, Technology Infusion and School Change, TERC.
 106. Robova, J (2002), *Graphing calculator as a tool for enhancing the efficacy of mathematics teaching*, 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics.

107. Ruthven, K (1992), “Personal Technology and classroom change: A British Perspective”, *Calculators in mathematics Education, National Council of Teachers of Mathematics*. Reston, VA, 91-100.
108. Smith, B.A (1996), “A Meta-analysis of outcomes from the use of calculators in mathematics Education, *Texas A & M doctoral dissertation*, December, 1996, pp.101.
109. Sevimli (2016), *Do calculus students demand technology integration into learning environment? case of instructional differences*, International Journal of Educational Technology in Higher Education,13-37.
110. Stokke, A. (2015). *What to do about Canada's declining math scores*. C. D. Howe Institute. Commentary 427.
111. Fuchs, L. S.; Fuchs, D.; Powell, S. R.; Seethaler, P. M.; Cirino, P. T. & Fletcher, J. M. (2008). "Intensive intervention for students with mathematics disabilities: Seven principles of effective practice". *Learning Disability Quarterly*. 31 (2): 79–92.
112. Postman N., Charles W. (1969), *Teaching as a subversive activity*, Dell Publishing, NewYork.
113. Tadao Nakahara (2007), *Development of mathematical thinking through representation: Utilizing representational systems, Progress report of the APEC project “Collaborative studies on innovations for teaching and learning mathematics in different cultures (II) – Lesson study focusing on mathematical communication”*, Specialist Session, December 2007, University of Tsukuba, Japan.
114. Tajudin, Tarmizi, Ali, Konting (2011), *The use of Graphic Calculator in Teaching and Learning of Mathematics: Effects on Performance and Metacognitive Awareness*. American International Journal of Contemporary Research Vol. 1 No.1.
115. Vasgar & Shepherd, (2011), *Subtracting calculators adds to children’s maths abilities, says minister*. The Guardian.

116. Waterman, M. & Stanley, E (2005), *Case-based Learning*, Retrieved 26 March, 2010 from: <http://cstl-csm.semo.edu/waterman/cbl/caseformats/html>
117. Weisstein, Eric W., *Experimental Mathematics*, MathWorld.
118. Weinert F.E. (2001), *Concept of Competence: A Conceptual Clarification*. In: Defining and Selecting key Competencies/Rychen D.S & Salganick, L.H (EDs). Gottingen Germany: Hogrefe and Huber.
119. Yazmins Rivera A. S. (2009), *Inquiry Based Learning*, Pedagogical Strategies, www.esf.edu.

PHỤ LỤC 1

PHIẾU ĐIỀU TRA ĐỐI VỚI HỌC SINH

Các em học sinh thân mến!

Để phục vụ cho đề tài khoa học liên quan đến sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học Toán, đề nghị các em nghiên cứu kỹ các nội dung và cho biết ý kiến về các vấn đề sau đây (*các em đồng ý với ý kiến nào thì đánh dấu/khoanh tròn vào ô tương ứng*):

1. Các em cho biết thông tin:

- Họ và tên:.....; Giới tính: Nam ☐, Nữ ☐

- Hiện đang học lớp:.....Trường:.....

2. Các em đang sử dụng loại máy tính cầm tay nào?

A. Không dùng

B. Máy tính chỉ có chức năng đơn giản (cộng, trừ, nhân, chia...)

C. Máy tính cầm tay khoa học (như Casio fx 500MS, 570MS, Vinacal,...)

D. MTCT có chức năng vẽ đồ thị (như Casio fx-9860; Casio fx-CG 20...)

E. Loại khác (vui lòng ghi tên máy tính):.....

3. Các em đã tiếp cận với việc sử dụng máy tính cầm tay để học tập bằng cách nào? (*có thể có nhiều lựa chọn*)

☐ Do bản thân tự tìm hiểu;

☐ Do các thầy/cô giáo hướng dẫn;

☐ Do học cách dùng trên mạng internet;

- Hình thức khác (vui lòng mô tả ngắn gọn):.....

4. Các em được khuyến khích sử dụng máy tính cầm tay trong học tập như thế nào? (*có thể có nhiều lựa chọn*):

☐ Được sử dụng bất kỳ lúc nào khi cần;

☐ Chỉ được sử dụng khi học, không được dùng khi kiểm tra;

☐ Không được khuyến khích sử dụng.

5. Mức độ sử dụng máy tính cầm tay trong học toán của các em?

A. Rất thường xuyên;

B. Thường xuyên;

C. Không thường xuyên;

D. Không sử dụng.

6. Các em tự tin như thế nào với việc sử dụng máy tính cầm tay trong học toán của mình?

A. Rất tự tin;

B. Tự tin;

C. Hạn chế sự tự tin;

D. Không tự tin.

7. Các em thường sử dụng máy tính cầm tay để (*có thể nhiều lựa chọn*):

- ☐ Chỉ để tính toán thông thường; ☐ Chỉ để vẽ đồ thị;
☐ Để giải bài tập; ☐ Để học những khái niệm, định lý.

8. Theo các em, mức độ MTCT hỗ trợ như thế nào trong việc làm bài thi/kiểm tra toán?

- A. Rất cần thiết; B. Cần thiết;
C. Ít hỗ trợ; D. Không cần thiết.

9. Các em đánh giá từng câu sau đây về tính hiệu quả và những khó khăn, trở ngại của việc sử dụng máy tính cầm tay trong học toán:

[1 = Rất không đồng ý; 2 = Không đồng ý; 3 = Đồng ý hoặc không; 4 = Đồng ý; 5 = Rất đồng ý].

TT	Nội dung	Mức độ đánh giá				
		1	2	3	4	5
1	Giúp cho việc tính toán nhanh, chính xác.					
2	Tạo hứng thú học tập tốt hơn.					
3	Hiểu vấn đề toán học tốt hơn.					
4	Giúp cho việc khám phá kiến thức được thuận lợi.					
5	Giúp cho việc thảo luận, trao đổi nhóm tốt hơn.					
6	Giúp cho việc kiểm tra/thi đạt kết quả cao hơn.					
7	Mất nhiều thời gian hơn.					
8	Không tập trung vào vấn đề toán học mà chỉ tập trung vào thao tác bấm phím.					
9	Khó sử dụng để học về các khái niệm, định lý hoặc những vấn đề về lý thuyết toán học.					
10	Còn bị hạn chế sử dụng trong giờ học (chỉ được sử dụng khi giáo viên cho phép).					

10. Các em có những đề nghị gì đối với Thầy/Cô và nhà trường để sử dụng có hiệu quả máy tính cầm tay trong học tập (có thể nhiều lựa chọn):

- ☐ Được hướng dẫn nhiều hơn từ phía các Thầy/Cô;
☐ Được sử dụng trong các kỳ thi, kiểm tra;
☐ Được tự do sử dụng máy tính cầm tay bất cứ khi nào cảm thấy là thích hợp.
☐ Được sử dụng những máy tính cầm tay hiện đại hơn (như máy tính đồ họa);
☐ Được tham gia thi giải Toán trên máy tính cầm tay;
☐ Được tham gia các diễn đàn, câu lạc bộ về máy tính cầm tay;

- Những đề nghị khác (nếu có):.....

Hết

PHIẾU ĐIỀU TRA ĐỐI VỚI GIÁO VIÊN

(Dành cho giáo viên dạy Toán)

Kính thưa Quý Thầy (Cô)!

Phục vụ cho đề tài khoa học liên quan đến sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học Toán, nhóm thực hiện đề tài rất mong Thầy (Cô) hợp tác, cho biết ý kiến về các vấn đề sau đây (*Thầy/Cô đồng ý với ý kiến nào thì đánh dấu/khoanh tròn vào ô tương ứng*):

1. Thầy/Cô vui lòng cho biết:

- Họ và tên:.....; Giới tính: Nam ☐, Nữ ☐

- Trình độ chuyên môn: Cao đẳng ☐, Đại học ☐, Thạc sĩ ☐, Tiến sĩ ☐

- Thời gian công tác của Thầy/Cô?

Ít hơn 1 năm ☐; Từ 1 đến 5 năm ☐; Từ 6 đến 10 năm ☐;

Từ 10 đến 15 năm ☐; Từ 16 đến 20 năm ☐; Trên 20 năm ☐.

2. Thầy/Cô vui lòng cho biết tên trường đang công tác:.....

là trường: Công lập ☐ hay ngoài công lập ☐; trường thuộc khu vực:

Thành thị (Tp, Tx, thị trấn) ☐; Nông thôn (đồng bằng; miền núi) ☐

3. Thầy/Cô đã tiếp cận với việc sử dụng máy tính cầm tay để hỗ trợ cho giảng dạy toán của bản thân bằng cách nào? (có thể có nhiều lựa chọn)

- Từ trong trường Cao đẳng, Đại học ☐;

- Qua các lớp tập huấn, bồi dưỡng ☐;

- Tự nghiên cứu ☐;

- Hình thức khác (vui lòng mô tả ngắn gọn):.....

4. Thầy/Cô vui lòng cho biết các khóa học, hội thảo, tập huấn, bồi dưỡng về máy tính cầm tay mà Thầy/Cô đã tham gia?

A. Chưa tham gia lần nào;

B. 1 lần;

C. 2 lần;

D. Nhiều hơn 2 lần.

5. Thầy/Cô có sử dụng máy tính cầm tay trong giảng dạy không?

A. Rất thường xuyên;

B. Thường xuyên;

C. Không thường xuyên;

D. Không sử dụng.

6. Thầy/Cô đang sử dụng loại máy tính cầm tay nào?

A. Không dùng

B. Máy tính chỉ có chức năng đơn giản (cộng, trừ, nhân, chia,...)

- C. Máy tính cầm tay khoa học (như *Casio fx 500MS, 570MS, Vinacal,...*)
 D. MTCT có chức năng vẽ đồ thị (như *Casio fx-9860; Casio fx-CG 20...*)
 E. Máy tính cầm tay có các biểu tượng đại số (CAS)
 F. Loại khác (vui lòng ghi tên máy tính):.....
7. Thầy/Cô tự tin như thế nào với việc sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học của mình?
 A. Rất tự tin; B. Tự tin;
 C. Hạn chế sự tự tin; D. Không tự tin.
8. Thầy/Cô vui lòng cho biết tỷ lệ học sinh những lớp mình dạy có máy tính cầm tay để sử dụng trong học tập:
 A. Dưới 30%; B. Từ 30% đến dưới 50%;
 C. Từ 50% đến dưới 70%; D. Từ 70% đến dưới 90%;
 E. Từ 90% đến dưới 100%; F. 100%
9. Học sinh của Thầy/Cô thường sử dụng những loại máy tính cầm tay nào?
 A. Không dùng
 B. Máy tính chỉ có chức năng đơn giản (cộng, trừ, nhân, chia, khai căn...)
 C. Máy tính cầm tay khoa học (như *Casio fx 500MS, 570MS; Vinacal,...*)
 D. Máy tính cầm tay có chức năng vẽ đồ thị (như *Casio fx-9860; fx-CG 20...*)
 E. Máy tính cầm tay có các biểu tượng đại số (CAS)
 F. Loại khác (vui lòng ghi tên một số máy tính):.....
10. Thầy/Cô đã hướng dẫn học sinh sử dụng máy tính cầm tay để (có thể nhiều lựa chọn):
☐ Không có hướng dẫn gì;
☐ Chỉ để tính toán;
☐ Chỉ để vẽ đồ thị;
☐ Để phân tích và khám phá toán học.
11. Thầy/Cô vui lòng đánh giá từng câu sau đây về những cách thức mà Thầy/Cô sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học:
 [1 = Rất không đồng ý; 2 = Không đồng ý; 3 = Trung lập; 4 = Đồng ý; 5 = Rất đồng ý].

TT	Nội dung	Mức độ đánh giá				
		1	2	3	4	5
1	Học sinh chỉ được phép sử dụng máy tính cầm tay sau khi học sinh đã thành thạo với kỹ năng tính toán với giấy, bút.					
2	Học sinh nên được tự do sử dụng máy tính cầm tay bất cứ khi nào các em cảm thấy là thích hợp.					

TT	Nội dung	Mức độ đánh giá				
		1	2	3	4	5
3	Học sinh nên tìm hiểu để giải quyết vấn đề bằng giấy, bút trước khi sử dụng máy tính cầm tay.					
4	Tôi luôn hướng dẫn cụ thể cho học sinh làm thế nào để các em có thể sử dụng được máy tính cầm tay.					
5	Tôi khuyến khích học sinh sử dụng máy tính cầm tay cho các hoạt động khám phá hoặc thăm dò, tìm tòi kiến thức.					
6	Tôi cố gắng tận dụng mọi cơ hội để sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học.					
7	Giáo viên nên luôn luôn quyết định khi nào thích hợp cho học sinh sử dụng máy tính cầm tay.					
8	Tôi có rất nhiều ý tưởng về cách sử dụng máy tính cầm tay trong các lớp học.					
9	Máy tính cầm tay làm thay đổi đến cách dạy học của giáo viên.					
10	Máy tính cầm tay hầu như không ảnh hưởng đến nội dung dạy học.					

12. Theo Thầy/Cô sử dụng máy tính cầm tay có hiệu quả cao nhất trong tình huống nào?

- A. Dạy học khái niệm toán học; B. Dạy học định lý toán học;
C. Dạy học giải bài tập toán học; D. Dạy quy tắc, phương pháp.

13. Thầy/Cô vui lòng đánh giá từng câu sau đây về tính hiệu quả của dạy và học toán với máy tính cầm tay:

[1 = Rất không đồng ý; 2 = Không đồng ý; 3 = Trung lập; 4 = Đồng ý; 5 = Rất đồng ý].

TT	Nội dung	Mức độ đánh giá				
		1	2	3	4	5
1	Sử dụng máy tính cầm tay (ở cấp THPT) không làm giảm kỹ năng tính toán ở học sinh.					
2	Sử dụng máy tính cầm tay giúp học sinh hiểu biết sâu sắc hơn về vấn đề toán học so với không sử dụng.					
3	Sử dụng máy tính cầm tay tạo cơ hội để học sinh chia sẻ ý tưởng, cho phép học sinh tương tác với thách thức.					
4	Sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học đem lại một phương pháp làm việc mới cho cả thầy và trò.					
5	Sử dụng máy tính cầm tay không chỉ hỗ trợ tính toán mà còn hỗ trợ cho việc khám phá, giải quyết vấn đề toán học.					

TT	Nội dung	Mức độ đánh giá				
		1	2	3	4	5
6	Máy tính cầm tay giúp cho việc chuyển đổi biểu diễn toán học, mô hình hóa toán học được thực hiện thuận lợi hơn.					
7	Sử dụng máy tính cầm tay thường xuyên, học sinh có khả năng tốt hơn trong việc diễn giải, phân tích, giải quyết vấn đề.					
8	Sử dụng máy tính cầm tay giúp cho học sinh có nhiều thời gian hơn để tập trung vào các vấn đề toán học, không mất thời gian với các thao tác đại số.					
9	Máy tính cầm tay giúp giải quyết được một số vấn đề toán học mà không thể hoặc khó tiếp cận bằng kỹ thuật đại số.					
10	Học sinh sử dụng máy tính cầm tay có kết quả học tập tốt hơn so với không sử dụng.					

14. Theo Thầy/Cô nên quy định cho học sinh sử dụng máy tính cầm tay trong các kỳ thi, kiểm tra toán nào?

- A. Không cho sử dụng trong thi/kiểm tra;
- B. Các kỳ thi và kiểm tra trừ thi học sinh giỏi toán;
- C. Cho sử dụng trong tất cả các kỳ thi/kiểm tra.

15. Có tạo ra sự mất công bằng trong giáo dục không khi có những học sinh không sử dụng máy tính cầm tay trong học tập, thi, kiểm tra?

- A. Không;
- B. Có;
- C. Không đánh giá được.

16. Thầy/Cô vui lòng đánh giá từng trở ngại sau đây của việc sử dụng MTCT trong dạy học:

[1 = Rất không đồng ý; 2 = Không đồng ý; 3 = Trung lập; 4 = Đồng ý; 5 = Rất đồng ý].

TT	Nội dung	Mức độ đánh giá				
		1	2	3	4	5
1	Không phải lúc nào cũng thường xuyên gặp trở ngại.					
2	Không phải học sinh nào cũng có điều kiện mua máy tính cầm tay.					
3	Kỹ năng sử dụng MTCT ở học sinh còn hạn chế					
4	Thiếu kinh nghiệm sử dụng máy tính cầm tay.					
5	Thiếu thời gian chuẩn bị của cá nhân với phương tiện.					
6	Nhiều nội dung toán học khó sử dụng máy tính cầm tay.					

TT	Nội dung	Mức độ đánh giá				
		1	2	3	4	5
7	Nhiều loại máy tính cầm tay còn bị cấm sử dụng trong thi, kiểm tra đánh giá.					
8	Chương trình giáo dục môn toán chưa có yêu cầu cụ thể về sử dụng máy tính cầm tay.					
9	Các cấp quản lý chuyên môn chưa thực sự khuyến khích sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học.					
10	Chưa có chính sách hỗ trợ, trang bị máy tính cầm tay cho giáo viên, học sinh.					

17. Để phát huy hiệu quả sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học toán, theo Thầy/Cô giải pháp quan trọng nhất là gì? (đánh số 1, 2, 3, ... theo thứ tự từ quan trọng nhất trở xuống):

- ☐ Giáo viên cần có sự thay đổi tích cực việc sử dụng công nghệ;
- ☐ Bồi dưỡng, tập huấn giáo viên;
- ☐ Thể chế hóa trong chương trình giáo dục môn học;
- ☐ Nội dung môn học và kiểm tra, đánh giá cần được thiết kế lại cho phù hợp;
- ☐ Các trường CD, ĐH cần trang bị kiến thức, kỹ năng sử dụng cho sinh viên.

Thầy/Cô có thể đề xuất các giải pháp khác:.....

Hết

Trân trọng cảm ơn sự hợp tác của Quý Thầy (Cô).

PHIẾU ĐIỀU TRA ĐỐI VỚI CÁN BỘ QUẢN LÝ

(Dành cho Hiệu trưởng, Phó Hiệu trưởng hoặc Tổ trưởng chuyên môn)

Kính thưa Quý Thầy (Cô)!

Phục vụ cho đề tài khoa học liên quan đến sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học Toán, nhóm thực hiện đề tài rất mong Thầy (Cô) hợp tác, cho biết ý kiến về các vấn đề sau đây (*Thầy/Cô đồng ý với ý kiến nào thì đánh dấu/khoanh tròn vào ô tương ứng*):

1. Thầy/Cô vui lòng cho biết:

- Họ và tên:.....; Giới tính: Nam ☐, Nữ ☐
- Chuyên môn:
- Chức vụ: Hiệu trưởng ☐, Phó Hiệu trưởng ☐, Tổ trưởng CM ☐

2. Thầy/Cô vui lòng cho biết tên trường đang công tác:..... là trường: Công lập ☐ hay ngoài công lập ☐ ; trường thuộc khu vực:

Thành thị (Tp, Tx, thị trấn) ☐; Nông thôn (đồng bằng; miền núi) ☐

3. Thầy/Cô cho biết tỷ lệ giáo viên Toán của trường có sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học:

- A. Dưới 50%;
B. Từ 50% đến dưới 70%;
C. Từ 70% đến dưới 100%;
D. 100%;

4. Thầy/Cô cho biết các khóa học, hội thảo, tập huấn, bồi dưỡng về máy tính cầm tay cho giáo viên của trường đã được thực hiện trong thời gian qua?

- A. Chưa lần nào; B. 1 lần C. 2 lần D. Nhiều hơn 2 lần

5. Thầy/Cô cho biết ở trường của Thầy/Cô có trang bị cho giáo viên Toán máy tính cầm tay để phục vụ dạy học không?

- A. Cấp cho mỗi GV một máy; B. Bố trí ở phòng thiết bị, dùng chung;
C. GV tự trang bị cho cá nhân; D. Không có yêu cầu gì ở GV.

6. Thầy/Cô đánh giá mức độ sử dụng MTCT trong giảng dạy của giáo viên Toán ở trường?

- A. Rất thường xuyên; B. Thường xuyên;
C. Không thường xuyên; D. Không sử dụng.

7. Theo Thầy/Cô sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học Toán đạt được những yêu cầu gì? (có thể có nhiều lựa chọn)

- ☐ Không hiệu quả;
- ☐ Giúp giáo viên đổi mới phương pháp dạy học;
- ☐ Phù hợp với yêu cầu của chương trình môn học;

- ☐ Đáp ứng xu thế dạy học với sự hỗ trợ của công nghệ;
- ☐ Học sinh thích ứng với yêu cầu của đổi mới thi, kiểm tra.

8. Theo Thầy/Cô có cần thiết phải yêu cầu đối với học sinh trung học là phải biết sử dụng máy tính cầm tay:

A. Rất cần thiết; B. Cần thiết; C. Không cần thiết; D. Không có ý kiến.

9. Thầy/Cô vui lòng đánh giá từng trở ngại sau đây của việc sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học ở trường mình:

[1 = Rất không đồng ý; 2 = Không đồng ý; 3 = Trung tính; 4 = Đồng ý; 5 = Rất đồng ý].

TT	Nội dung	Mức độ đánh giá				
		1	2	3	4	5
1	Chưa rõ về hiệu quả sử dụng máy tính cầm tay					
2	Máy tính cầm tay chưa đáp ứng được yêu cầu để hỗ trợ dạy và học toán (như ít chức năng, khó sử dụng...).					
3	Học sinh ít có điều kiện trang bị máy tính cầm tay					
4	Kỹ năng sử dụng máy tính cầm tay ở GV còn hạn chế					
5	Giáo viên ngại đổi mới					
6	Giáo viên ít được tập huấn, bồi dưỡng về sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học.					
7	Thiếu tài liệu hướng dẫn cho cả giáo viên và học sinh.					
8	Chương trình giáo dục môn toán chưa có yêu cầu cụ thể về sử dụng máy tính cầm tay.					
9	Các cấp quản lý chuyên môn chưa thực sự khuyến khích sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học.					
10	Chưa có chính sách hỗ trợ, trang bị máy tính cầm tay cho giáo viên, học sinh.					

10. Để phát huy hiệu quả sử dụng máy tính cầm tay trong dạy học toán, theo Thầy/Cô giải pháp quan trọng nhất là gì? (đánh số 1, 2, 3, ... theo thứ tự từ quan trọng nhất trở xuống):

- ☐ Yêu cầu sự thay đổi tích cực ở giáo viên;
- ☐ Bồi dưỡng, tập huấn giáo viên;
- ☐ Thể chế hóa trong chương trình giáo dục môn học;
- ☐ Nội dung môn học và kiểm tra, đánh giá cần được thiết kế lại cho phù hợp;
- ☐ Các trường CĐ, ĐH cần trang bị kiến thức, kỹ năng sử dụng cho sinh viên.

Thầy/Cô có thể đề xuất các giải pháp khác:.....

Hết

PHỤ LỤC 2
CÁC BIỂU HIỆN CỦA NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ
VÀ MỨC ĐỘ HỖ TRỢ CỦA MÁY TÍNH CẦM TAY

Trên cơ sở các biểu hiện của năng lực GQVĐ, xác định một số tiêu chí hoạt động cụ thể trong quá trình dạy học Toán để bồi dưỡng năng lực GQVĐ với các mức độ hỗ trợ của MTCT cho học sinh THPT như sau:

Bảng 5. Các biểu hiện của năng lực GQVĐ và mức độ hỗ trợ của MTCT

TT	Các NL thành phần	Các biểu hiện của năng lực GQVĐ	Mức độ hỗ trợ của MTCT
Phần 1. Xác định giải pháp GQVĐ			
1	NL hiểu vấn đề	H₃ - Hiểu đúng vấn đề: nhận diện đúng vấn đề; nhận biết đúng các dữ kiện, yêu cầu của vấn đề.	H_{M3} - MTCT giúp HS nhận diện đúng, trực tiếp liên quan đến vấn đề; hỗ trợ cho triển khai thực hiện giải pháp GQVĐ.
		H₂ - Hiểu chỉ sai, sót một phần vấn đề (Một phần vấn đề được xem là chỉ hiểu sai nhiều nhất một phần ba nội dung vấn đề)	H_{M2} - MTCT hỗ trợ HS hiểu một phần của vấn đề nhưng vẫn gợi ra được việc lựa chọn phương pháp GQVĐ.
		H₁ - Hiểu chỉ đúng một phần vấn đề (Một phần vấn đề được xem là chỉ hiểu đúng nhiều nhất một phần ba nội dung vấn đề)	H_{M1} - MTCT hỗ trợ HS hiểu một phần của vấn đề nhưng không gợi ra được việc lựa chọn giải pháp GQVĐ.
		H₀ - Hiểu sai vấn đề	H_{M0} - MTCT không hỗ trợ cho HS hiểu vấn đề.
2	NL phát hiện và triển khai giải pháp GQVĐ	P₃ - Có giải pháp đúng: phân tích đúng quan hệ giữa dữ kiện và yêu cầu của vấn đề, huy động đúng kiến thức, kỹ năng; phát hiện giải pháp đúng, triển	P_{M3} - Dữ liệu từ MTCT giúp HS đưa ra được giải pháp đúng; thấy rõ được mối liên hệ giữa dữ kiện và yêu cầu của vấn đề. Gợi cho HS giải

TT	Các NL thành phần	Các biểu hiện của năng lực GQVĐ	Mức độ hỗ trợ của MTCT
		khai giải pháp đi đến kết quả đúng.	pháp để GQVĐ.
		P₂ - Có giải pháp chỉ sai, sót một phần (Một phần vấn đề được hiểu là giải pháp giải quyết ít nhất hai phần ba nội dung vấn đề).	P_{M2} - Dữ liệu từ MTCT giúp HS đưa ra cách thức để GQVĐ nhưng chưa đầy đủ căn cứ, cần bổ sung giải pháp.
		P₁ - Có giải pháp chỉ đúng một phần (Một phần vấn đề được xem là giải pháp chỉ giải quyết đúng nhiều nhất một phần ba nội dung vấn đề).	P_{M1} - Dữ liệu từ MTCT chỉ giúp HS đưa ra được một phần trong giải pháp, chưa rõ ràng, cụ thể cho cả quá trình GQVĐ.
		P₀ - Không có giải pháp hoặc có giải pháp sai	P_{M0} - MTCT không hỗ trợ đưa ra giải pháp.
3	NL trình bày giải pháp	T₃ - Lập luận chặt chẽ, logic; tính toán chính xác	T_{M3} - Dữ liệu từ MTCT hỗ trợ HS đưa ra được lập luận chặt chẽ, logic; các thao tác tư duy nhanh, chính xác kết quả.
		T₂ - Lập luận còn thiếu chặt chẽ, chưa logic; tính toán chưa hoàn toàn chính xác	T_{M2} - Dữ liệu từ MTCT chỉ hỗ trợ HS về trực quan, chưa đưa ra được những gợi ý để lập luận chặt chẽ, chưa logic.
		T₁ - Lập luận không chặt chẽ, không logic; tính toán không chính xác.	T_{M1} - MTCT không hỗ trợ HS trình bày giải pháp GQVĐ một cách đầy đủ và logic.
		T₀ - Hầu như không lập luận, không tính toán được	T_{M0} - MTCT không hỗ trợ cho HS trong lập luận, trình bày giải pháp GQVĐ,
Phần 2. Phát hiện giải pháp khác để GQVĐ và phát hiện vấn đề mới			
4.1	Phát hiện giải pháp khác	Pk₁ - Có giải pháp khác đúng.	Pk_{M1} – MTCT hỗ trợ HS đưa ra được giải pháp khác đúng.
		Pk₀ - Không có giải pháp khác, hoặc có nhưng sai	Pk_{M0} – MTCT không hỗ trợ được HS đưa ra giải pháp khác.

TT	Các NL thành phần	Các biểu hiện của năng lực GQVĐ	Mức độ hỗ trợ của MTCT
4.2	Phát hiện vấn đề mới	M₂ - Nêu được vấn đề tương tự hoặc vấn đề tổng quát đúng và định hướng giải pháp đúng GQVĐ.	M_{M2} –MTCT hỗ trợ cho HS đưa ra được vấn đề tương tự hoặc vấn đề tổng quát đúng và định hướng giải pháp đúng GQVĐ.
		M₁ - Nêu được vấn đề tương tự hoặc vấn đề tổng quát đúng, song chưa có định hướng giải pháp GQVĐ hoặc có định hướng giải pháp sai.	M_{M1} - MTCT hỗ trợ cho HS đưa ra được vấn đề tương tự hoặc vấn đề tổng quát đúng, song chưa có định hướng giải pháp GQVĐ hoặc có định hướng giải pháp sai.
		M₀ - Không nêu được vấn đề tương tự hoặc tổng quát vấn đề.	M_{M0} - MTCT không hỗ trợ được HS để đưa ra vấn đề tương tự hoặc tổng quát vấn đề.

PHỤ LỤC 3

THANG ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC GQVĐ CỦA HỌC SINH THPT TRONG HỌC TOÁN VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA MTCT

Trên cơ sở các biểu hiện của năng lực GQVĐ (Bảng 5), xây dựng thang đánh giá năng lực GQVĐ của HS THPT trong học Toán với sự hỗ trợ của MTCT như sau:

- Phần 1 thiết kế theo 4 cấp độ, trong mỗi cấp độ phân chia các mức độ năng lực, xác định các tiêu chí để đạt được và thang điểm tương ứng của mỗi mức độ năng lực.

• **Cấp độ 4. Giải pháp đúng, có 4 mức độ năng lực:**

+) Mức độ 4 được đánh giá 75% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_3);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_3);
- Trình bày giải pháp (T_3).

+) Mức độ 3 được đánh giá 70% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_3);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_3);
- Trình bày giải pháp giải pháp (T_2).

+) Mức độ 2 được đánh giá 65% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_3);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_3);
- Trình bày giải pháp (T_1).

+) Mức độ 1 được đánh giá 60% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_3);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_3);
- Trình bày giải pháp (T_0).

Hoặc

- Hiểu vấn đề (H_3);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_2);

- Trình bày giải pháp (T_2).

• **Cấp độ 3. Giải pháp chỉ sai, sót một phần, có 4 mức độ năng lực:**

+) Mức độ 4 được đánh giá 55% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_3);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_2);
- Trình bày giải pháp (T_1).

+) Mức độ 3 được đánh giá 50% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_3);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_2);
- Trình bày giải pháp (T_0).

+) Mức độ 2 được đánh giá 45% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_3);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_1);
- Trình bày giải pháp (T_1).

+) Mức độ 1 được đánh giá 40% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_3);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_1);
- Trình bày giải pháp (T_0).

Hoặc

- Hiểu vấn đề (H_2);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_2);
- Trình bày giải pháp (T_2).

• **Cấp độ 2. Giải pháp chỉ đúng một phần, có 4 mức độ năng lực:**

+) Mức độ 4 được đánh giá 35% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_2);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_2);
- Trình bày giải pháp (T_1).

+) Mức độ 3 được đánh giá 30% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_3);
- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_0);

- Trình bày giải pháp (T_0).

Hoặc

- Hiểu vấn đề (H_2);

- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_2);

- Trình bày giải pháp (T_0).

+) Mức độ 2 được đánh giá 25% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_2);

- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_1);

- Trình bày giải pháp (T_1).

+) Mức độ 1 được đánh giá 20% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_2);

- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_0);

- Trình bày giải pháp (T_0).

• **Cấp độ 1. Giải pháp sai, có 4 mức độ năng lực :**

+) Mức độ 4 được đánh giá 20% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_1);

- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_1);

- Trình bày giải pháp (T_1).

+) Mức độ 3 được đánh giá 15% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_1);

- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_1);

- Trình bày giải pháp (T_0).

+) Mức độ 2 được đánh giá 10% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_1);

- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_0);

- Trình bày giải pháp (T_0).

+) Mức độ 1 được đánh giá 0% số điểm nếu đạt các tiêu chí sau:

- Hiểu vấn đề (H_0);

- Phát hiện giải pháp và triển khai giải pháp GQVĐ (P_0);

- Trình bày giải pháp (T_0).

- Phần 2. Phát hiện giải pháp khác GQVĐ và phát hiện vấn đề mới

1) Phát hiện giải pháp khác

Có 2 mức độ năng lực:

- +) *Mức độ 2 được đánh giá 10% số điểm nếu đạt tiêu chí (Pk_1).*
- +) *Mức độ 1 được đánh giá 0% số điểm nếu đạt tiêu chí (Pk_0).*

2) Phát hiện vấn đề mới

Có 3 mức độ năng lực:

- +) *Mức độ 3 được đánh giá 15% số điểm nếu đạt tiêu chí (M_2).*
- +) *Mức độ 2 được đánh giá 10% số điểm nếu đạt tiêu chí (M_1).*
- +) *Mức độ 1 được đánh giá 10% số điểm nếu đạt tiêu chí (M_0).*

Thang đánh giá năng lực GQVĐ tóm tắt trong bảng sau:

Bảng 6. Thang đánh giá năng lực GQVĐ

Phần 1. Xác định giải pháp GQVĐ			
Cấp độ giải pháp GQVĐ	Mức độ năng lực	Tiêu chí	Kết quả đánh giá [% số điểm]
Giải pháp đúng	4	$H_3 - P_3 - T_3$	[75%]
	3	$H_3 - P_3 - T_2$	[70%]
	2	$H_3 - P_3 - T_1$	[65%]
	1	$H_3 - P_3 - T_0$	[60%]
		$H_3 - P_2 - T_2$	
Giải pháp chỉ sai, sót một phần	4	$H_3 - P_2 - T_1$	[55%]
	3	$H_3 - P_2 - T_0$	[50%]
	2	$H_3 - P_1 - T_1$	[45%]
	1	$H_3 - P_1 - T_0$	[40%]
		$H_2 - P_2 - T_2$	
Giải pháp chỉ đúng một phần	4	$H_2 - P_2 - T_1$	[35%]
	3	$H_3 - P_0 - T_0$	[30%]
		$H_2 - P_2 - T_0$	
	2	$H_2 - P_1 - T_1$	[25%]
	1	$H_2 - P_0 - T_0$	[20%]
Giải pháp sai	4	$H_1 - P_1 - T_1$	[20%]
	3	$H_1 - P_1 - T_0$	[15%]

Phần 1. Xác định giải pháp GQVĐ			
Cấp độ giải pháp GQVĐ	Mức độ năng lực	Tiêu chí	Kết quả đánh giá [% số điểm]
	2	$H_1 - P_0 - T_0$	[10%]
	1	$H_0 - P_0 - T_0$	[0%]
Phần 2. Giải pháp khác GQVĐ và phát hiện vấn đề mới			
Giải pháp khác	2	Pk_1	[10%]
	1	Pk_0	[0%]
Vấn đề mới	3	M_2	[15%]
	2	M_1	[10%]
	1	M_0	[0%]
Xếp loại: - <i>Tốt (T):</i> Từ 80% đến 100% số điểm. - <i>Khá (K):</i> Từ 65% đến dưới 80% số điểm. - <i>Trung bình (TB):</i> Từ 50% đến dưới 65% số điểm. - <i>Yếu (Y):</i> Từ 35% đến dưới 50% số điểm. - <i>Kém (K):</i> Dưới 35% số điểm.			

PHỤ LỤC 4
BẢNG KIỂM QUAN SÁT CÁ NHÂN HỌC SINH
ĐÁNH GIÁ NĂNG LỰC GIẢI QUYẾT VẤN ĐỀ CỦA HỌC SINH THPT
VỚI SỰ HỖ TRỢ CỦA MTCT

Học sinh được quan sát:.....

Giáo viên quan sát:.....

Tiết.....Ngày..... Phân môn:.....

Hình thức hoạt động GQVĐ:

- Học lí thuyết: ☐ - Giải bài tập: ☐
- Vấn đáp: ☐ - Làm việc nhóm: ☐
- Hoạt động khác:.....

(Giáo viên khoanh tròn vào mức độ năng lực HS đạt được và mức độ sử dụng MTCT hỗ trợ hoạt động GQVĐ của HS).

TT	NL thành tố	Mức độ NL đạt được				Mức độ hỗ trợ của MTCT			
Xác định giải pháp GQVĐ									
1	Hiểu vấn đề	H ₃	H ₂	H ₁	H ₀	H _{M3}	H _{M2}	H _{M1}	H _{M0}
2	Phát hiện, triển khai giải pháp GQVĐ	P ₃	P ₂	P ₁	P ₀	P _{M3}	P _{M2}	P _{M1}	P _{M0}
3	Trình bày giải pháp GQVĐ	T ₃	T ₂	T ₁	T ₀	T _{M3}	T _{M2}	T _{M1}	T _{M0}
Phát hiện giải pháp khác GQVĐ, vấn đề mới									
4.1	Giải pháp khác			Pk ₁	Pk ₀			Pk _{M1}	Pk _{M0}
4.2	Mở rộng vấn đề		M ₂	M ₁	M ₀		M _{M2}	M _{M1}	M _{M0}

- Xếp loại:.....

PHIẾU ĐÁNH GIÁ *PHỤ LỤC 5.1*
(Mức độ sử dụng MTCT để hiểu vấn đề bài toán)

Thời gian 10 phút

Ngày.....tháng.....năm.....

Họ tên học sinh: Lớp:.....	Đánh giá của giáo viên
--	------------------------

Đề bài. Em hãy phân tích bài toán sau để đưa ra cách giải:

Xét tính chẵn, lẻ của hàm số $y = \frac{-x^4 + x^2 + 1}{\sqrt{4 - 3x}}$

Bài làm (*Học sinh làm trực tiếp vào các cột 1 và 2 của Phiếu đánh giá này*)

Sử dụng MTCT hỗ trợ phân tích bài toán (nếu có)	Nội dung	ĐG mức độ SD MTCT	ĐG mức độ NL
1	2	3	4

- *Mục đích:*

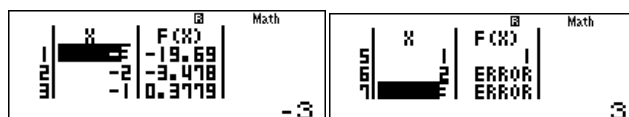
+ Đánh giá mức độ sử dụng MTCT để hỗ trợ HS phân tích bài toán, hiểu vấn đề của bài toán, từ đó đưa ra được cách giải phù hợp nhất.

+ Đánh giá năng lực GQVĐ (thành tố hiểu vấn đề).

- *Kết quả mong đợi:*

Đây là bài tập tương tự trong SGK Toán lớp 10: HS có thể sử dụng phương pháp giải thông thường. Tuy nhiên, với MTCT có thể hỗ trợ HS phân tích, hiểu bài toán tốt hơn, để đưa ra cách giải nhanh, sáng tạo. Chẳng hạn:

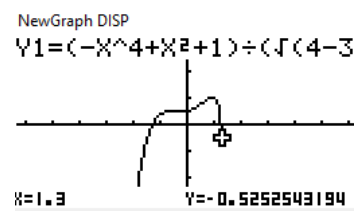
+ Sử dụng MTCT để tính một số giá trị của hàm số:



+ Quan sát, thấy hàm số không có tính chất: $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$, chẳng hạn $x = -3$ thuộc TXĐ của hàm số nhưng $x = 3$ thì không. Do đó, khẳng định hàm số không chẵn, lẻ.

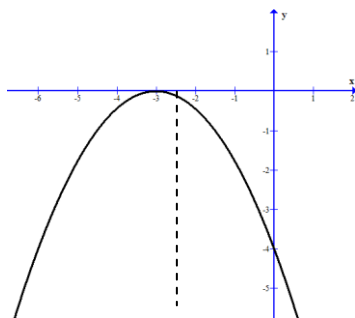
Hoặc với MTCT đồ họa, HS thực hiện chức năng vẽ đồ thị:

HS quan sát để dẫn đến dự đoán: Oy không là trục đối xứng của đồ thị hàm số nên hàm số không chẵn, gốc tọa độ O không là tâm đối xứng nên hàm số không lẻ, từ đó lựa chọn giải pháp GQVĐ.



PHIẾU ĐÁNH GIÁ**PHỤ LỤC 5.2****(Mức độ sử dụng MTCT để phát hiện và thực hiện giải pháp GQVĐ)***Thời gian 10 phút**Ngày.....tháng.....năm.....*

Họ tên học sinh: Lớp:.....	Đánh giá của giáo viên
--	------------------------

Đề bài. Em hãy nêu ra một giải pháp giải quyết bài toán sau:Viết phương trình của parabol $y = ax^2 + bx + c$ ứng với đồ thị sau:**Bài làm** (*Học sinh làm trực tiếp vào các cột 1 và 2 của Phiếu đánh giá này*)

Sử dụng MTCT hỗ trợ phân tích bài toán (nếu có)	Nội dung	ĐG mức độ SD MTCT	ĐG mức độ NL
1	2	3	4

- Mục đích:

+ Đánh giá mức độ sử dụng MTCT để hỗ trợ HS phát hiện và thực hiện giải pháp giải bài toán phù hợp nhất.

+ Đánh giá năng lực GQVĐ (thành tố phát hiện và GQVĐ).

- Kết quả mong đợi:

Đây là bài tập trong SGK Toán lớp 10: HS có thể sử dụng phương pháp giải thông thường. Tuy nhiên, với MTCT có thể hỗ trợ HS phát hiện và thực hiện GQVĐ. Chẳng hạn:

* Cách 1 (sử dụng MTCT thông thường, hỗ trợ giải hệ PT để tìm a, b, c):+ Parabol đi qua điểm $A(0 ; -4)$, ta có: $-4 = a.0 + b.0 + c \Rightarrow c = -4$

+ Parabol có đỉnh $I(-3; 0)$, ta có: $0 = a.(-3)^2 + b.(-3) + c \Rightarrow 9a - 3b = 4$ và $-\frac{b}{2a} = -3 \Leftrightarrow 6a - b = 0$

+ Sử dụng MTCT, giải hệ PT: $\begin{cases} 9a - 3b = 4 \\ 6a - b = 0 \end{cases}$, được nghiệm $a = -\frac{4}{9}; b = -\frac{8}{3}$

* Cách 2 (sử dụng MTCT đồ họa):

+ Phát hiện: parabol đi qua các điểm $I(-3; 0)$; $A(0; -4)$ và nhận $x = -3$ làm trục đối xứng nên suy ra được điểm B đối xứng với A qua $x = -3$ có tọa độ $B(-6; -4)$ nằm trên parabol.

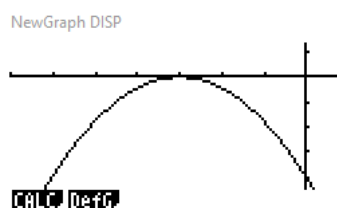
+ Sử dụng MTCT Casio fx 9860, vẽ biểu đồ phân tán (qua 3 điểm):

NewGraph DISP

	List 1	List 2	List 3	List 4
SUB				
1	-3	0		
2	0	-4		
3	-6	-4		
4				

GRAPH CALC TEST INTR DIST D

+ Chọn hàm bậc hai, MTCT cho kết quả:



NewGraph DISP

QuadReg

a = -0.44444444

b = -2.66666666

c = -4

r² = 1

MSe =

y = ax² + bx + c

COPY DRAW

PHIẾU ĐÁNH GIÁ *PHỤ LỤC 5.3*
(Mức độ sử dụng MTCT hỗ trợ phát hiện giải pháp khác GQVĐ)

Thời gian 10 phút

Ngày.....tháng.....năm.....

Họ tên học sinh: Lớp:.....	Đánh giá của giáo viên
--	------------------------

Đề bài. Em hãy giải phương trình sau bằng những cách khác nhau:

$$\text{Giải phương trình: } \sqrt{3-x+x^2} - \sqrt{2+x-x^2} = 1$$

Bài làm (*Học sinh làm trực tiếp vào các cột 1 và 2 của Phiếu đánh giá này*)

Sử dụng MTCT hỗ trợ giải bài toán (nếu có)	Nội dung	ĐG mức độ SD MTCT	ĐG mức độ NL
1	2	3	4

- *Mục đích:*

+ Đánh giá mức độ sử dụng MTCT để hỗ trợ HS phát hiện giải pháp khác để giải bài toán (ngoài những cách giải thường dùng).

+ Đánh giá năng lực GQVĐ (thành tố phát hiện giải pháp khác để GQVĐ).

- *Kết quả mong đợi:*

Đây là bài tập tương tự trong SGK Toán lớp 10: HS có thể sử dụng phương pháp giải thông thường. Tuy nhiên, với MTCT có thể hỗ trợ HS phát hiện và thực hiện GQVĐ:

* Cách 1 (sử dụng cách giải thông thường):

- Đặt ẩn phụ $u = x^2 - x + 3 \Rightarrow u = \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \frac{11}{4} \geq \frac{11}{4}$

- Phương trình đã cho trở thành: $\sqrt{u} + \sqrt{5-u} = 1$

- Biến đổi tương đương (bình phương 2 vế), dẫn đến PT: $u^2 - 5u + 4 = 0$, có nghiệm $u = 1$ (loại) và $u = 4$. Từ đó giải PT: $x^2 - x - 1 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x_2 = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases}$

* Cách 2 (sử dụng MTCT hỗ trợ tìm cách giải khác):

Dùng MTCT ta tìm được hai nghiệm gần đúng của PT:

$$x_1 = -0,618033988; \quad x_2 = 1,618033989.$$

Nhận thấy $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}$, vậy biểu thức $(x^2 - x - 1)$ sẽ là nhân tử chung của PT đã

cho. Ta để ý rằng:

- $\sqrt{3-x+x^2} - 2$ khi nhân lượng liên hiệp sẽ cho $x^2 - x - 1$
- $1 - \sqrt{2+x-x^2}$ khi nhân lượng liên hiệp sẽ cho $x^2 - x - 1$.

Do đó ta có thể giải bài toán trên như sau:

Điều kiện: $\begin{cases} 3-x+x^2 \geq 0 \\ 2+x-x^2 \geq 0 \end{cases}$ (*). Với điều kiện trên, PT đã cho được viết thành:

$$\begin{aligned} \sqrt{3-x+x^2} - 2 + 1 - \sqrt{2+x-x^2} = 0 &\Leftrightarrow \frac{x^2-x-1}{\sqrt{3-x+x^2}+2} + \frac{x^2-x-1}{1+\sqrt{2+x-x^2}} = 0 \\ \Leftrightarrow x^2-x-1=0 &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \\ x = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \quad \text{hai nghiệm này thỏa mãn điều kiện (*)} \end{aligned}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $x = \frac{1-\sqrt{5}}{2}; \quad x = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$

BÀI KIỂM TRA**PHỤ LỤC 5.4****(Đánh giá mức độ sử dụng MTCT hỗ trợ GQVĐ)***Thời gian 45 phút**Ngày.....tháng.....năm.....*

Họ tên học sinh: Lớp:.....	Đánh giá của giáo viên
--	------------------------

A. TRẮC NGHIỆM (5 điểm, mỗi câu đúng được 0,4 điểm).

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m^2 - 4)x = 3m + 6$ vô nghiệm:

- A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = -2$ D. $m \neq 2$

Câu 2. Cho phương trình $x^2 + 2(m+2)x - 2m - 1 = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu:

- A. $m > -\frac{1}{2}$ B. $m \leq -\frac{1}{2}$ C. $m \geq \frac{1}{2}$ D. $m < -\frac{1}{2}$

Câu 3. Tổng các nghiệm của phương trình $|x - 2| = 2x - 1$ là:

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 2

Câu 4. Hai phương trình được gọi là tương đương khi:

- A. Có cùng tập xác định B. Có cùng tập hợp nghiệm
C. Có cùng dạng phương trình D. Cả A, B, C đều đúng.

Câu 5. Cho phương trình $\frac{x-m}{x+1} = \frac{x-2}{x-1}$ có nghiệm duy nhất khi:

- A. $m \neq 0$ B. $m \neq -1$ C. $m \neq 0$ và $m \neq -1$ D. Không có m

Câu 6. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $x^2 - (3m+1)x - 4 = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 = 3$.

- A. $m = -\frac{1}{3}$ B. $m = 0$ C. $m = -1$ D. $m = \frac{2}{3}$

Câu 7. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} + \frac{x^2+5}{\sqrt{7-x}} = 0$ là:

A. $D = [7; +\infty)$ B. $D = [2; 7]$ C. $D = [2; 7)$ D.

$D = (2; +\infty)$

Câu 8. Cho phương trình $(x-1)(x^2-4mx-4)=0$. Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

A. $m \in \mathbb{Q}$ B. $m \neq -\frac{3}{4}$ C. $m \neq 0$ D. $m \neq \frac{3}{4}$

Câu 9. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x+1}{\sqrt{4-5x}} + 2x - 3 = 5x - 1$ là:

A. $D = \left(-\infty; \frac{4}{5}\right)$ B. $D = \mathbb{Q} \setminus \left\{\frac{4}{5}\right\}$ C. $D = \left(\frac{4}{5}; +\infty\right)$ D. $D = \left(-\infty; \frac{4}{5}\right]$

Câu 10. Giả sử x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $x^2 + 3x - 10m = 0$. Giá trị của tổng $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ là:

A. $-\frac{3}{10m}$ B. $\frac{3}{10m}$ C. $-\frac{10m}{3}$ D. $\frac{10m}{3}$

Câu 11. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $2x^2 - 4x - 1 = 0$. Khi đó, giá trị của $T = |x_1 - x_2|$ là:

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{6}$ C. 2 D. 4

Câu 12. Hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x+6y=3 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 0 B. 1 C. 2 D. Vô số nghiệm

Câu 13. Tổng các nghiệm của phương trình: $\sqrt{6-5x} = 2-x$ là:

A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

Câu 14. Phương trình $ax^2 + bx + c = 0$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi:

A. $a = 0$ B. $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$
C. $a = b = 0$ D. $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a = 0 \\ b \neq 0 \end{cases}$

Câu 15. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-4}(x^2-3x+2)=0$ là:

A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

B. TỰ LUẬN (4 điểm)

Câu 6 (2 điểm). Cho phương trình $x - \sqrt{2x - m} = 4$ (1) (m là tham số)

a) Giải phương trình (1) với $m = 5$

b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 7 (2 điểm). Cho phương trình $mx^2 - 6(m-1)x + 9(m-3) = 0$. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$.

-----HẾT-----

GIẢI THÍCH Ý TƯỞNG THIẾT KẾ ĐỀ KIỂM TRA
(Đánh giá mức độ sử dụng MTCT hỗ trợ GQVĐ)

A. TRẮC NGHIỆM (6 điểm, mỗi câu đúng được 0,4 điểm).

Câu 1. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $(m^2 - 4)x = 3m + 6$ vô nghiệm:

- A. $m = 2$ B. $m = 1$ C. $m = -2$ D. $m \neq 2$

- Cách 1: *Giải thông thường.* Tìm m để $a = 0, b \neq 0$ trong PT $ax + b = 0 \rightarrow$ Chọn A

- Cách 2: *Sử dụng MTCT* (có ý nghĩa hơn nếu các hệ số a, b là biểu thức phức tạp)

+ Nhập hệ số $a, b \rightarrow$ Chọn chức năng TABLE $\rightarrow$ tính giá trị theo tham số $m \rightarrow$ quan sát chọn trường hợp $a = 0, b \neq 0 \rightarrow$ Chọn A

x	$F(x)$	$G(x)$
-2	-1	2
-1	0	-2
0	-3	0
1	-4	2
2	-5	0

Câu 2. Cho phương trình $x^2 + 2(m+2)x - 2m - 1 = 0$ (1). Với giá trị nào của m thì phương trình (1) có 2 nghiệm trái dấu:

- A. $m > -\frac{1}{2}$ B. $m \leq -\frac{1}{2}$ C. $m \geq \frac{1}{2}$ D. $m < -\frac{1}{2}$

- Câu nhận biết, HS *giải thông thường*: $a.c < 0 \rightarrow$ Chọn A

Câu 3. Tổng các nghiệm của phương trình $|x - 2| = 2x - 1$ là:

- A. 0 B. -1 C. 1 D. 2

- Cách 1: *Giải thông thường.*

- Cách 2: *Sử dụng MTCT.*

+ Nhận xét: PT có tối đa 2 nghiệm (do biến đổi tương đương sẽ có PT bậc hai)

+ Lập bảng giá trị hai hàm số vế trái và vế phải $\rightarrow$ quan sát các giá trị x là nghiệm: bảng dưới cho thấy $x = -1$ (loại, do vế trái âm), $x = 1$ là nghiệm $\rightarrow$ Chọn C.

x	$F(x)$	$G(x)$
-2	-1	2
-1	0	-2
0	-3	0
1	-4	2
2	-5	0

Câu 4. Hai phương trình được gọi là tương đương khi:

- A. Có cùng tập xác định B. Có cùng tập hợp nghiệm
 C. Có cùng dạng phương trình D. Cả A, B, C đều đúng.

- Câu nhận biết, HS trả lời dựa vào định nghĩa PT tương đương.

Câu 5. Cho phương trình $\frac{x-m}{x+1} = \frac{x-2}{x-1}$ có nghiệm duy nhất khi:

- A. $m \neq 0$ B. $m \neq -1$ C. $m \neq 0$ và $m \neq -1$ D. Không có m

- Cách 1: *Giải thông thường* (HS sẽ mất nhiều thời gian để biện luận PT).

- Cách 2: *Sử dụng MTCT*

+ Ứng với từng trường hợp của m thay vào PT $\rightarrow$ Sử dụng MTCT giải trực tiếp (chức năng SOLVE) $\rightarrow$ Chọn C.

Câu 7. Điều kiện xác định của phương trình $\sqrt{x-2} + \frac{x^2+5}{\sqrt{7-x}} = 0$ là:

- A. $D = [7; +\infty)$ B. $D = [2; 7]$ C. $D = [2; 7)$ D. $D = (2; +\infty)$

- Cách 1: *Giải thông thường*:

+ Điều kiện xác định của phương trình là: $\begin{cases} x-2 \geq 0 \\ 7-x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 2 \\ x < 7 \end{cases} \rightarrow$ Chọn C.

- Cách 2: *Sử dụng MTCT*:

+ Lập công thức $\rightarrow$ sử dụng chức năng TABLE $\rightarrow$ chọn khoảng chứa $x \rightarrow$ loại trừ phương án không phù hợp:

--	--	--

- Từ kết quả trên: Loại A, B, D (vì $x = 7$ không thuộc điều kiện); $\rightarrow$ Chọn C.

Câu 8. Cho phương trình $(x-1)(x^2-4mx-4)=0$. Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

- A. $m \in \mathbb{Q}$ B. $m \neq -\frac{3}{4}$ C. $m \neq 0$ D. $m \neq \frac{3}{4}$

- Cách 1: *Giải thông thường*:

+ Phương trình có một nghiệm $x = 1$. Để phương trình đã cho có ba nghiệm phân biệt thì phương trình $x^2-4mx-4=0$ phải có hai nghiệm phân biệt và khác 1.

+ HS sẽ gặp khó khăn khi giải quyết bài toán (dùng biến đổi đại số hoặc chuyển sang biện luận theo số giao điểm của đồ thị $\frac{x^2-4}{x} = 4m$)

- Cách 2: *Sử dụng MTCT*

+ Ứng với các trường hợp của $m \rightarrow$ thay vào PT $\rightarrow$ giải trực tiếp trên MTCT $\rightarrow$ loại trừ trường hợp (chẳng hạn: $m = 0$, PT có 3 nghiệm $x = 1$; $x = -2$; $x = 2 \rightarrow$ loại C; với $m = -\frac{3}{4}$ thì PT chỉ có 2 nghiệm $x = 1$ và $x = -4 \rightarrow$ loại A; với $m = \frac{3}{4}$ thì PT 3 nghiệm $x = 1$; $x = 4$; $x = -1 \rightarrow$ loại D) $\rightarrow$ Chọn B.

Câu 9. Điều kiện xác định của phương trình $\frac{2x+1}{\sqrt{4-5x}} + 2x - 3 = 5x - 1$ là:

A. $D = \left(-\infty; \frac{4}{5}\right)$ B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{4}{5}\right\}$ C. $D = \left(\frac{4}{5}; +\infty\right)$ D. $D = \left(-\infty; \frac{4}{5}\right]$

- Câu nhận biết, HS trả lời dựa vào điều kiện căn thức bậc hai và mẫu số.

Câu 10. Giả sử x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $x^2 + 3x - 10m = 0$. Giá trị của tổng $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ là:

A. $-\frac{3}{10m}$ B. $\frac{3}{10m}$ C. $-\frac{10m}{3}$ D. $\frac{10m}{3}$

- Cách 1: *Giải thông thường*

+ Với điều kiện $\Delta > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{9}{40}$: phương trình có hai nghiệm phân biệt.

+ Biến đổi: $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 x_2} = \frac{-3}{-10m} = \frac{3}{10m} \rightarrow$ Chọn B

- Cách 2: *Sử dụng MTCT*

+ Với điều kiện $\Delta > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{9}{40}$: phương trình có hai nghiệm phân biệt.

+ Thử với $m = 1$, có phương trình $x^2 + 3x - 10 = 0$

+ Giải phương trình trên MTCT có: $x_1 = 2$; $x_2 = -5 \rightarrow \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{3}{10} \rightarrow$ Chọn B.

Câu 11. Gọi x_1, x_2 là 2 nghiệm của phương trình $2x^2 - 4x - 1 = 0$. Khi đó, giá trị của $T = |x_1 - x_2|$ là:

A. $\sqrt{2}$ B. $\sqrt{6}$ C. 2 D. 4

- Cách 1: *Giải thông thường* (giải PT, tính T hoặc biến đổi T để xuất hiện tổng, tích hai nghiệm $\rightarrow$ áp dụng định lý Vi-et $\rightarrow$ Chọn B.

- Cách 2: *Sử dụng MTCT*. Giải PT trên MTCT → Lưu nghiệm (nghiệm không hữu tỷ) → Tính T (trực tiếp trên MTCT) → Chọn B

Câu 12. Hệ phương trình $\begin{cases} x+2y=1 \\ 3x+6y=3 \end{cases}$ có bao nhiêu nghiệm?

- A. 0 B. 1 C. 2 D. Vô số nghiệm

- Câu nhận biết, HS trả lời dựa vào nghiệm PT $x+2y=1 \rightarrow$ Chọn D

Câu 13. Tổng các nghiệm của phương trình: $\sqrt{6-5x}=2-x$ là:

- A. -2 B. -1 C. 1 D. 2

- Cách 1. Giải phương trình → tìm nghiệm → tính tổng

- Cách 2. *Sử dụng MTCT*: lập công thức PT → sử dụng chức năng SOLVE → tìm nghiệm → tính tổng:

→ Chọn B.

Câu 14. Phương trình $ax^2+bx+c=0$ có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi:

- A. $a=0$ B. $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$
C. $a=b=0$ D. $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} a=0 \\ b \neq 0 \end{cases}$

- Câu nhận biết, HS trả lời dựa vào biện luận PT theo các hệ số → Chọn D

Câu 15. Số nghiệm của phương trình $\sqrt{x-4}(x^2-3x+2)=0$ là:

- A. 1 B. 0 C. 2 D. 3

- Cách 1: *Giải thông thường*:

+ Điều kiện xác định của phương trình là: $x \geq 4$

+ Giải các phương trình: $\sqrt{x-4}=0$; $x^2-3x+2=0$

+ Kết hợp điều kiện → Chọn A.

- Cách 2: *Sử dụng MTCT*:

+ Lập công thức PT → sử dụng chức năng SOLVE → lưu các nghiệm:

→ Chọn A.

B. TỰ LUẬN (4 điểm)**Câu 6 (2 điểm).** Cho phương trình $x - \sqrt{2x - m} = 4$ (1) (m là tham số)a) Giải phương trình (1) với $m = 5$ b) Tìm các giá trị của tham số m để phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt.

Cách giải:

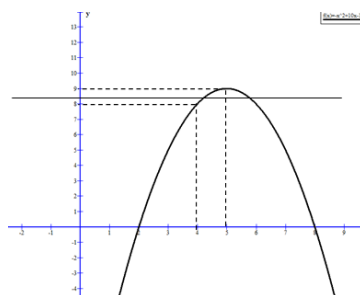
a) HS giải thông thường. Có thể sử dụng MTCT để hỗ trợ xác định điều kiện, thử lại các nghiệm tìm được của PT (Lập bảng, tính giá trị hai vế PT,...).

b) Biến đổi tương đương, dẫn đến PT:

$$\begin{cases} x \geq 4 \\ -x^2 + 10x - 16 = m \end{cases} \quad (2)$$

Bài toán trở thành: Tìm m để PT (2) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn hoặc bằng 4.

Sử dụng MTCT hỗ trợ:

+ Vẽ đồ thị hàm số $y = -x^2 + 10x - 16$ và đường $y = m$ trên cùng hệ tọa độ:+ Đồ thị hàm số $y = -x^2 + 10x - 16$ và đường $y = m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt với $x \geq 4$ khi và chỉ khi $8 \leq m < 9$.**Câu 7 (2 điểm).** Cho phương trình $mx^2 - 6(m-1)x + 9(m-3) = 0$. Tìm các giá trị của tham số m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn: $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2$.

Cách giải:

+ Tìm điều kiện của m để PT có hai nghiệm phân biệt $\begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -1 \end{cases}$ + Áp dụng định lí Vi-et đối với PT vào hệ thức: $x_1 + x_2 = x_1 \cdot x_2 \Rightarrow m = 7$ MTCT có thể được sử dụng để thử lại với giá trị m tìm được (trực tiếp trên phương trình cụ thể)

PHỤ LỤC 6

TRÍCH MỘT SỐ NỘI DUNG THỰC NGHIỆM

Bài 1. LŨY THỪA

Tiết 21. Gồm các nội dung:

1. Lũy thừa với số mũ nguyên
2. PT $x^n = b$
3. Căn bậc n

Thiết kế một số tình huống trong bài như sau:

Hoạt động 1. (Dẫn đến khái niệm Lũy thừa với số mũ nguyên)

PHIẾU HỌC TẬP

1) Thực hiện tính: $(1,2)^4$; $\left(-\frac{3}{5}\right)^3$; $(\sqrt{7})^5$ - Nếu cách tính? - Kết quả? - Sử dụng MTCT kiểm tra lại kết quả trên?	
2) Sử dụng MTCT, tính và so sánh: a) $(-2,1)^0$ và $(2,1)^0$; $(\sqrt{3})^0$ và $\left(-\frac{2}{5}\right)^0$ b) $(\sqrt{5})^{-3}$ và $\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^3$; $\left(\frac{1}{2}\right)^{-5}$ và $(2)^5$	
3) Từ các kết quả trên, với n là một số nguyên dương: a) a là số thực tùy ý. Hãy nêu cách tính a^n? b) Với $a \neq 0$, kết quả của $a^0 = ?$ $a^{-n} = ?$	

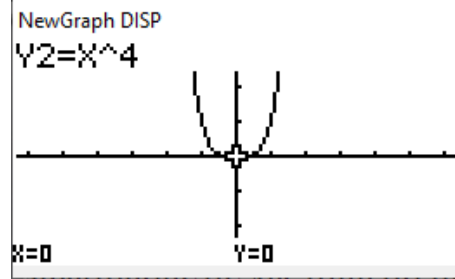
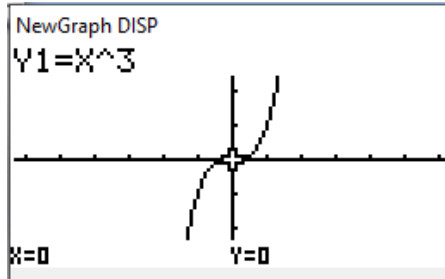
Từ kết quả học sinh thực hiện ở tình huống trên, dẫn đến khái niệm lũy thừa với số mũ nguyên.

Hoạt động 2 (Dẫn đến kết quả biện luận số nghiệm PT $x^n = b$)

GV. Hãy sử dụng MTCT (hoặc sử dụng Graphing Calculator trên

Smartphone) vẽ đồ thị các hàm số sau đây: $y = x^3$; $y = x^4$

HS. Sử dụng chức năng vẽ đồ thị trên MTCT hoặc Graphing Calculator trên Smartphone để xác định đồ thị các hàm số $y = x^3$; $y = x^4$



GV. Dựa vào đồ thị các hàm số $y = x^3$ và $y = x^4$, hãy biện luận theo b số nghiệm của các PT $x^3 = b$ và $x^4 = b$.

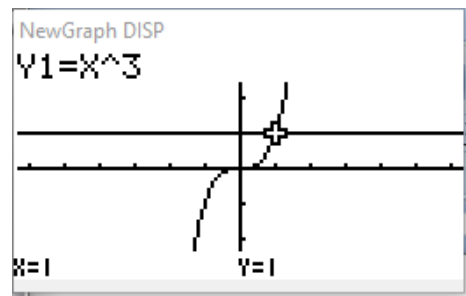
HS. Chia các nhóm thảo luận, trả lời câu hỏi:

- Đối với PT $x^3 = b$

+ Số nghiệm của PT $x^3 = b$ bằng số giao điểm của đồ thị $y = x^3$ và đường thẳng $y = b$.

+ Đồ thị $y = x^3$ và đường thẳng $y = b$ luôn cắt nhau tại một điểm duy nhất, với mọi b .

$\Rightarrow$ Với mọi số thực b , PT $x^3 = b$ có nghiệm duy nhất.



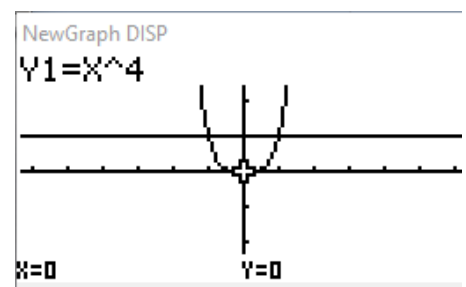
- Đối với PT $x^4 = b$

+ Số nghiệm của PT $x^4 = b$ bằng số giao điểm của đồ thị $y = x^4$ và đường thẳng $y = b$.

$\Rightarrow$ Với $b < 0$: PT vô nghiệm

Với $b = 0$: PT có một nghiệm $x = 0$

Với $b > 0$: PT có hai nghiệm đối xứng nhau.



GV. Giao cho các nhóm:

a) Hãy sử dụng MTCT (hoặc sử dụng Graphing Calculator trên Smartphone) vẽ đồ thị các hàm số sau đây: $y = x^5$; $y = x^7$; $y = x^9$; $y = x^{11}$

- Nhận xét hình dạng của các đồ thị trên với đồ thị hàm số $y = x^3$

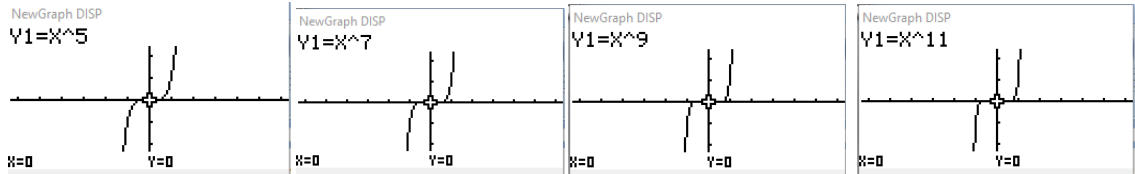
- Tổng quát: phác thảo đồ thị của hàm số $y = x^{2k+1}$, với k nguyên dương?

b) Hãy sử dụng MTCT (hoặc sử dụng Graphing Calculator trên Smartphone) vẽ đồ thị các hàm số sau đây: $y = x^4$; $y = x^6$; $y = x^8$; $y = x^{10}$

- Nhận xét hình dạng của các đồ thị trên với đồ thị hàm số $y = x^4$
- Tổng quát: phác thảo đồ thị của hàm số $y = x^{2k}$, với k nguyên dương?

HS. Sử dụng MTCT vẽ các đồ thị:

a) Đồ thị các hàm số sau đây: $y = x^5$; $y = x^7$; $y = x^9$; $y = x^{11}$



- Nhận xét: có dạng tương tự đồ thị hàm số $y = x^3$

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $y = x^{2k+1}$ có dạng tương tự đồ thị hàm số $y = x^3$

b) Rút ra nhận xét tương tự:

Đồ thị hàm số $y = x^{2k}$ có dạng tương tự đồ thị hàm số $y = x^4$

GV. Dựa vào các kq ở trên, hãy biện luận theo b số nghiệm của PT $x^n = b$?

HS. Thảo luận, đưa ra kết quả:

+ Trường hợp n lẻ: Với mọi số thực b , PT có nghiệm duy nhất.

+ Trường hợp n chẵn:

- Với $b < 0$: PT vô nghiệm
- Với $b = 0$: PT có một nghiệm $x = 0$
- Với $b > 0$: PT có hai nghiệm đối xứng nhau.

Hoạt động 3. (Dẫn đến khái niệm căn bậc n)

GV. Tìm nghiệm của các PT sau:

$$\text{a) } x^4 = 16; \quad \text{b) } x^5 = -\frac{1}{243}; \quad \text{c) } x^6 = -1024$$

HS. Sử dụng nhận xét ở trên, khẳng định về số nghiệm của từng PT và tìm nghiệm:

a) PT $x^4 = 16$ có hai nghiệm $x = -2$ và $x = 2$;

b) PT $x^5 = -\frac{1}{243}$ có nghiệm duy nhất $x = -\frac{1}{3}$;

c) PT $x^6 = -1024$ vô nghiệm.

GV. Trong trường hợp a), ta nói -2 và 2 là các căn bậc 4 của 16; trường hợp

b), ta nói $-\frac{1}{3}$ là căn bậc 5 của $-\frac{1}{243}$; trường hợp c), ta nói không có căn bậc 6 của -1024.

$\Rightarrow$ Cho số thực b , với n nguyên dương ($n \geq 2$), nghiệm của PT $x^n = b$ (nếu có) được gọi là căn bậc n của b .

Hãy chính xác hóa khái niệm căn bậc n của b ?

HS. Từ kết quả biện luận về số nghiệm của PT $x^n = b$ ở hoạt động 2 và gợi ý trên, phát biểu khái niệm căn bậc n của b .

BÀI 2. HÀM SỐ LŨY THỪA

Tiết 24. Gồm các nội dung:

I. Khái niệm hàm số lũy thừa

II. Đạo hàm của hàm số lũy thừa

Thiết kế tình huống thực hiện Hoạt động 1 để rút ra nhận xét về tập xác định của hàm số lũy thừa như sau:

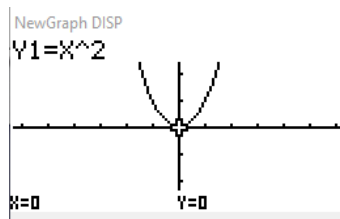
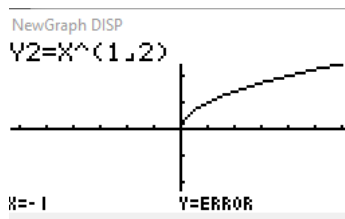
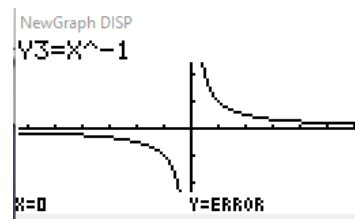
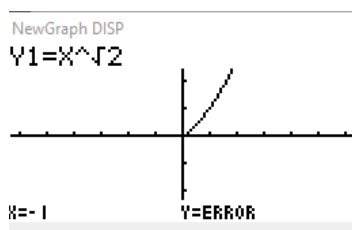
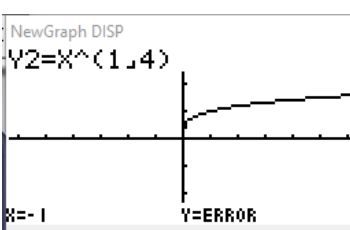
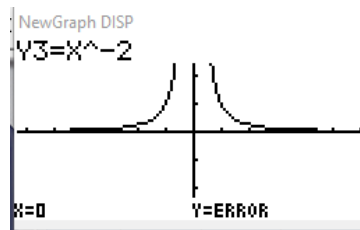
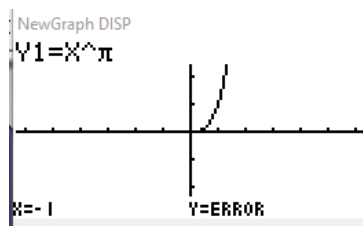
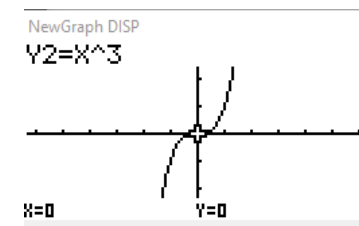
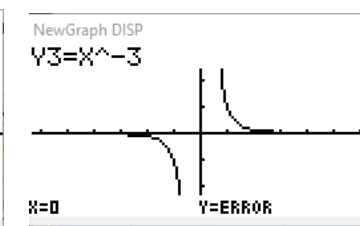
Hoạt động 1. (Để rút ra nhận xét về tập xác định của hàm số lũy thừa)

GV. Sử dụng MTCT, vẽ đồ thị của các hàm số sau và nêu nhận xét về tập xác định của chúng:

PHIẾU HỌC TẬP

Nhóm 1: $y = x^2; y = x^{\frac{1}{2}}; y = x^{-1}$	Kết quả:
Nhóm 2: $y = x^{\sqrt{2}}; y = x^{\frac{1}{4}}; y = x^{-2}$	Kết quả:
Nhóm 3: $y = x^{\pi}; y = x^3; y = x^{-3}$	Kết quả:

HS. Sử dụng MTCT vẽ đồ thị các hàm số:

Nhóm 1:TXĐ: $\mathbb{R}$ TXĐ: $(0; +\infty)$ TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ **Nhóm 2:**TXĐ: $(0; +\infty)$ TXĐ: $(0; +\infty)$ TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ **Nhóm 3:**TXĐ: $(0; +\infty)$ TXĐ: $\mathbb{R}$ TXĐ: $\mathbb{R} \setminus \{0\}$

GV. Từ kết quả trên hãy rút ra nhận xét về tập xác định của hàm số $y = x^a$?

HS. Tập xác định của hàm số $y = x^a$ tùy thuộc vào giá trị của a . Cụ thể:

- Với a nguyên dương, tập xác định là $\mathbb{R}$;
- Với a nguyên âm hoặc bằng 0, tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{0\}$;
- Với a không nguyên, tập xác định là $(0; +\infty)$

BÀI 3. LÔGARIT

Tiết 26. Gồm các nội dung:

II. Khái niệm lôgarit

II. Quy tắc tính lôgarit

Thiết kế tình huống dạy khái niệm lôgarit như sau:

Hoạt động 1. (Dẫn đến khái niệm lôgarit)

PHIẾU HỌC TẬP

Nội dung	Kết quả
1. Tìm x để: a) $2^x = 16$ b) $2^x = \frac{1}{8}$ c) $3^x = 243$ d) $5^x = \frac{1}{625}$ 2. Khẳng định sau có đúng không? Hãy tìm cách giải thích: <i>“PT $3^x = 2$ luôn có nghiệm duy nhất”</i>	
3. Hãy viết các số sau dưới dạng lũy thừa của 2: $8; 32; \frac{1}{128}; \frac{1}{1024}$	
4. Các số sau đây có thể viết dưới dạng lũy thừa của 2 được không? $3, 5, \sqrt{7}$	
5. Có các số x, y nào để $2^x = 0, 3^y = -2$	
6. Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$, có thể biểu diễn số b dưới dạng lũy thừa của a hay không?	

GV. Tổ chức cho học sinh thảo luận theo nhóm và trình bày kết quả:

- Đối với nhiệm vụ:

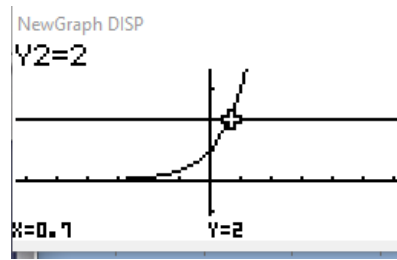
1. Tìm x để: a) $2^x = 16$ b) $2^x = \frac{1}{8}$ c) $3^x = 243$ d) $5^x = \frac{1}{625}$

HS chỉ cần viết về dạng $a^x = a^\alpha$, từ đó dẫn đến $x = \alpha$

- Đối với nhiệm vụ: 2. Khẳng định “PT $3^x = 2$ luôn có nghiệm duy nhất” có đúng không? Hãy tìm cách giải thích.

HS có thể gặp khó khăn vì không thực hiện được như 1). GV hướng dẫn HS

sử dụng MTCT để kiểm chứng nhận định (bằng chức năng lập bảng hoặc đồ thị), chẳng hạn ở hình dưới đây:



HS có thể rút ra nhận xét “ $PT\ 3^x = 2$ luôn có nghiệm duy nhất” với $x \approx 0.7$

- Đối với nhiệm vụ:

3. Hãy viết các số sau dưới dạng lũy thừa của 2: 8; 32; $\frac{1}{128}$; $\frac{1}{1024}$

HS dễ dàng thực hiện được viết về dạng $a^x = a^a$

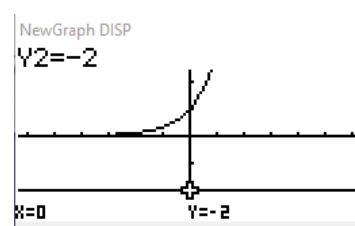
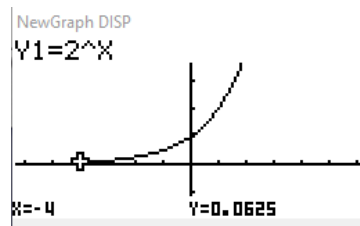
- Đối với nhiệm vụ: 4. Các số sau 3, 5, $\sqrt{7}$ có thể viết dưới dạng lũy thừa của 2 được không?

HS sử dụng kết quả 2) để khẳng định: tồn tại x để

$$2^x = 3 ; 2^x = 5 ; 2^x = \sqrt{7}$$

- Đối với nhiệm vụ: 5) Có các số x, y nào để $2^x = 0$, $3^y = -2$

HS sử dụng MTCT (chức năng đồ thị hoặc lập bảng) để khẳng định:



- Đối với nhiệm vụ: 6) Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$, có thể biểu diễn số b dưới dạng lũy thừa của a hay không?

HS sử dụng các kết quả từ 1) $\rightarrow$ 5) để khẳng định: “*Luôn tồn tại duy nhất số α để $a^\alpha = b$* ”

Đến đây, GV nêu định nghĩa lôgarit:

Định nghĩa

Cho hai số dương a, b với $a \neq 1$. Số α thỏa mãn đẳng thức

$a^{\alpha} = b$ được gọi là **lôgarit cơ số a của b** và kí hiệu là $\log_a b$

$$\alpha = \log_a b \Leftrightarrow a^{\alpha} = b$$

BÀI 4. HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LÔGARIT

Tiết 29. Gồm các nội dung:

1. Định nghĩa hàm số mũ
2. Đạo hàm của hàm số mũ
3. Khảo sát hàm số mũ

Thiết kế tình huống dạy định nghĩa hàm số mũ như sau:

Hoạt động 1. (Bài toán “lãi kép”)

PHIẾU HỌC TẬP

Một ngân hàng quy định như sau về việc gửi tiết kiệm kì hạn một tháng:

- Lãi suất kì hạn một tháng là 0,4%
- Khi kết thúc kì hạn gửi tiền mà người gửi không rút tiền thì toàn bộ số tiền (bao gồm cả vốn lẫn lãi) sẽ được chuyển gửi tiếp cho kì hạn tháng tiếp theo.

Em hãy giúp ngân hàng này bằng cách tìm một công thức cho phép nhân viên của họ tính thật nhanh tổng số tiền (bao gồm cả vốn lẫn lãi) cần trả cho khách hàng, biết rằng:

- Khởi đầu khách hàng gửi 10 triệu VNĐ
- Tính số tiền (cả vốn lẫn lãi) sau: 1 tháng, 2 tháng, 3 tháng, ..., 12 tháng?
- Sau 5 năm (60 tháng) tổng số tiền của khách hàng là bao nhiêu?

HS. Thảo luận và giải quyết bài toán trên:

- Tổng số tiền sau 1 tháng gửi là:

$$10.000.000 + 10.000.000 \times \frac{0,4}{100} = 10.040.000 \text{ đồng}$$

- Tổng số tiền sau 2 tháng gửi là:

$$10.040.000 + 10.040.000 \times \frac{0,4}{100} = 10.080.160 \text{ đồng}$$

- Tổng số tiền sau 3 tháng gửi là:

$$10.080.160 + 10.080.160 \times \frac{0,4}{100} = 10.120.480,64 \text{ đồng}$$

...

- Tổng số tiền sau 12 tháng gửi là:

$$10.448.906,45 + 10.448.906,45 \times \frac{0,4}{100} = 10.490.702,08 \text{ đồng}$$

Lần lượt tính như vậy, ta có tổng số tiền sau 60 tháng gửi là:

$$12.655.784,05 + 12.655.784,05 \times \frac{0,4}{100} = 12.706.407,19 \text{ đồng}$$

GV. Với MTCT, việc tính toán trở lên thuận lợi hơn, đồng thời gợi ý cho HS

về một công thức tổng quát: $S = N(1 + r)^n$

(Sử dụng MTCT *Casio fx 570VN PLUS*):

+ Đưa số tiền ban đầu vào ô nhớ $\boxed{A}$:

Bấm phím	Màn hình hiển thị
10.000.000 $\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{A}$	

+ Lập công thức tính tổng số tiền nhận được sau tháng thứ nhất:

Bấm phím	Màn hình hiển thị
$\boxed{\text{ANPHA}}$ $\boxed{A}$ $\boxed{+}$ $\boxed{\text{ANPHA}}$ $\boxed{A}$ $\boxed{\times}$ $\frac{0,4}{100}$	

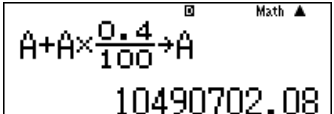
+ Lấy kết quả này thay vào ô nhớ $\boxed{A}$ và lặp lại công thức trên, ta được kết quả những tháng tiếp theo:

Bấm phím	Màn hình hiển thị
$\boxed{\text{SHIFT}}$ $\boxed{\text{STO}}$ $\boxed{A}$	
$\boxed{=}$ (được kết quả tháng thứ 2)	
- Lặp lại: $\boxed{=}$, $\boxed{=}$, ... (được kết quả	

những tháng tiếp theo).

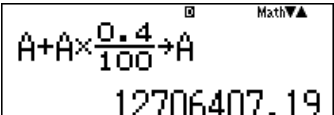
- Sau 12 tháng:

- Sau 60 tháng:



$$A + A \times \frac{0.4}{100} \rightarrow A$$

$$10490702.08$$



$$A + A \times \frac{0.4}{100} \rightarrow A$$

$$12706407.19$$

Nhận xét:

+ Rút ra được công thức tính: $S = N(1 + r)^n$, trong đó S là tổng số tiền nhận được, N là số tiền ban đầu, r là lãi suất hằng tháng, n là thời gian (theo tháng). Tuy nhiên, theo cách giải này cần nhiều thời gian vì các bước tính phải tuần tự.

+ Với cách sử dụng trên MTCT, giúp cho HS tính nhanh chóng kết quả, đồng thời qua đó hình thành ban đầu ở HS thuộc tính bản chất của cấp số nhân (thông qua thao tác gán giá trị ô nhớ sau mỗi kết quả tính được và cách lập công thức tính $S = N(1 + r)^n$).

GV. Nhiều bài toán trong thực tiễn đưa đến việc xét các h số có dạng $y = a^x$

Chẳng hạn:

- Trong Vật lí, sự phân rã của các chất phóng xạ được biểu diễn bằng công

thức $m(t) = m_0 \left(\frac{1}{2} \right)^{\frac{t}{T}}$

- Dân số thế giới được ước tính theo công thức: $S = Ae^{nt}$

$\Rightarrow$ Dẫn đến định nghĩa hàm số mũ.

Hoạt động 2. (Dẫn đến Định lí đạo hàm của hàm số mũ)

GV. Giao nhiệm vụ cho HS:

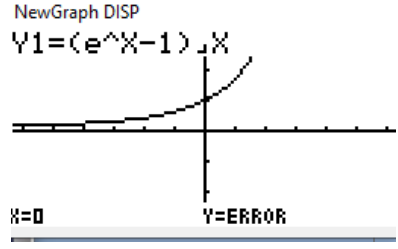
1. Sử dụng MTCT vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{e^x - 1}{x}$?

2. Nhận xét về giới hạn của $y = \frac{e^x - 1}{x}$ khi $x \rightarrow 0$?

3. Sử dụng kết quả trên, chứng minh hàm số $y = e^x$ có đạo hàm tại mọi x và $(e^x)' = e^x$

4. Tính đạo hàm của hàm số $y = a^x$?

HS. Thực hiện các nhiệm vụ trên:

Nhiệm vụ	Kết quả
1. Sử dụng MTCT vẽ đồ thị hàm số $y = \frac{e^x - 1}{x}$?	
2. Nhận xét về giới hạn của $y = \frac{e^x - 1}{x}$ khi $x \rightarrow 0$?	$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
3. Sử dụng kết quả trên, chứng minh hàm số $y = e^x$ có đạo hàm tại mọi x và $(e^x)' = e^x$	$\frac{\Delta y}{\Delta x} = e^x \frac{e^{\Delta x} - 1}{\Delta x}$ $y' = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = e^x$
4. Tính đạo hàm của hàm số $y = a^x$?	$a^x = e^{\ln a^x} = e^{x \ln a}$ $(a^x)' = (e^{\ln a^x})' = (e^{x \ln a})' =$ $= e^{x \ln a} (x \ln a)' = a^x \ln a$

BÀI 4. HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LÔGARIT

Tiết 30. Gồm các nội dung:

1. Định nghĩa hàm số lôgarit
2. Đạo hàm của hàm số lôgarit
3. Khảo sát hàm số lôgarit

(Tuy nhiên theo hướng dẫn tình giản, các nội dung của bài chỉ giới thiệu định nghĩa, công thức đạo hàm và tính chất của hàm số lôgarit)

Thiết kế tình huống dạy tính chất hàm số lôgarit như sau:

Hoạt động 1. (Khảo sát hàm số lôgarit)

NHÓM 1, 3:

Cho hàm số $y = \log_2 x$. Hãy thực hiện:

1. Tìm tập xác định của hàm số?
2. Tính đạo hàm và xét dấu của đạo hàm?
3. Lập bảng giá trị của hàm số khi:
 - Cho x những giá trị gần 0, nhưng lớn hơn 0 ($x \rightarrow 0^+$)
 - Cho x những giá trị lớn

Từ đó rút ra được những nhận xét gì?

4. Lập bảng biến thiên của hàm số?
5. Sử dụng MTCT vẽ đồ thị của hàm số?
6. Vẽ đồ thị của hàm số $y = 2^x$ trên cùng một hệ trục tọa độ và rút ra mối liên hệ giữa chúng?

NHÓM 2, 4:

Cho hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. Hãy thực hiện:

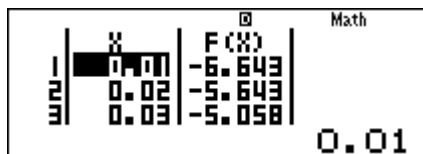
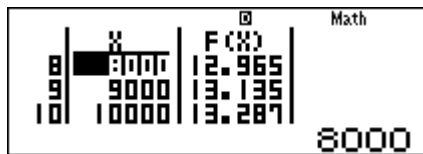
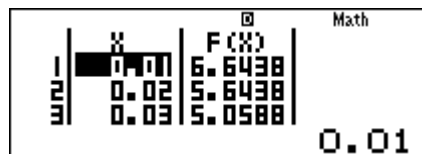
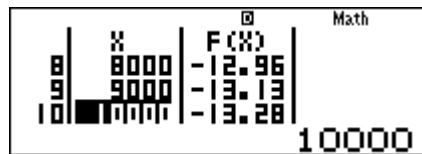
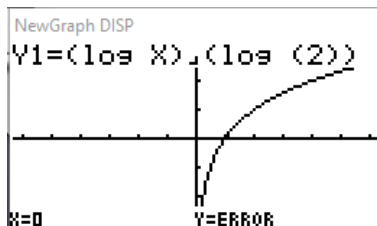
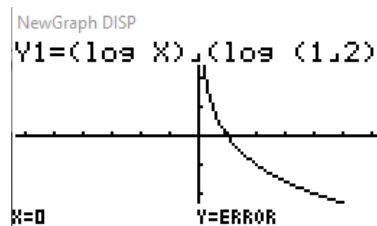
1. Tìm tập xác định của hàm số?
2. Tính đạo hàm và xét dấu của đạo hàm?
3. Lập bảng giá trị của hàm số khi:
 - Cho x những giá trị gần 0, nhưng lớn hơn 0 ($x \rightarrow 0^+$)
 - Cho x những giá trị lớn

Từ đó rút ra được những nhận xét gì?

4. Lập bảng biến thiên của hàm số?
5. Sử dụng MTCT vẽ đồ thị của hàm số?
6. Vẽ đồ thị của hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ trên cùng một hệ trục tọa độ và rút ra

mối liên hệ giữa chúng?

HS. Thảo luận và hoàn thành các nhiệm vụ:

Tính chất	Hàm số $y = \log_2 x$	Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$																														
1. TXĐ	$(0; +\infty)$	$(0; +\infty)$																														
2. Đạo hàm	$y' = \frac{1}{x \ln 2} > 0, \forall x$	$y' = \frac{1}{x \ln \frac{1}{2}} = -\frac{1}{x \ln 2} < 0, \forall x$																														
3. Bảng giá trị	- Khi cho $x \rightarrow 0^+$  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_2 x = -\infty$ - Khi cho $x \rightarrow +\infty$  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_2 x = +\infty$ NX: Trục Oy là tiệm cận đứng	- Khi cho $x \rightarrow 0^+$  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 0^+} \log_{\frac{1}{2}} x = +\infty$ - Khi cho $x \rightarrow +\infty$  $\Rightarrow \lim_{x \rightarrow +\infty} \log_{\frac{1}{2}} x = -\infty$ NX: Trục Oy là tiệm cận đứng																														
4. Bảng BT	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>1</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	0	1	2	$+\infty$	y'		+	+	+	y	$-\infty$	0	1	$+\infty$	<table><tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{1}{2}$</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td>1</td><td>0</td><td>$-\infty$</td></tr></table>	x	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$	y'		-	-	-	y	$+\infty$	1	0	$-\infty$
x	0	1	2	$+\infty$																												
y'		+	+	+																												
y	$-\infty$	0	1	$+\infty$																												
x	0	$\frac{1}{2}$	1	$+\infty$																												
y'		-	-	-																												
y	$+\infty$	1	0	$-\infty$																												
5. Đồ thị																																

Hoạt động 2. Hoàn thiện bảng tóm tắt các tính chất của hàm số lôgarit

GV. Khảo sát hàm số $y = \log_a x$ với trường hợp $a > 1$ tương tự như kết quả nhóm 1,3 đã thực hiện (trong trường hợp $a = 2$), trường hợp $0 < a < 1$ tương tự kết quả của nhóm 2, 4 (trong trường hợp $a = \frac{1}{2}$)

- Hãy hoàn thiện bảng sau (Bảng tóm tắt các tính chất của hàm số lôgarit)

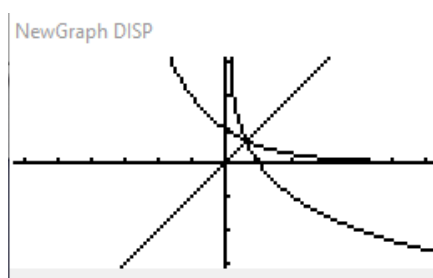
HS. Thực hiện hoàn thiện bảng tính chất của hàm số lôgarit.

Tập xác định	$(0; +\infty)$
Đạo hàm	$y' = \frac{1}{x \ln a}$
Chiều biến thiên	$a > 1$: hàm số luôn đồng biến $0 < a < 1$: hàm số luôn nghịch biến
Tiệm cận	Trục Oy là tiệm cận đứng
Đồ thị	Đi qua các điểm $(1; 0)$ và $(a; 1)$; nằm phía bên phải trục tung.

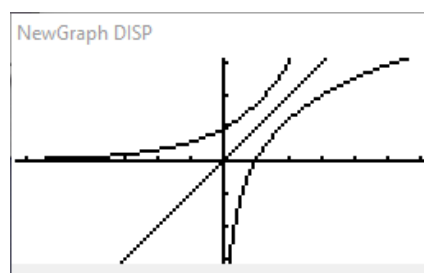
GV. Hãy sử dụng MTCT vẽ đồ thị các hàm số sau trên cùng một hệ trục tọa độ và rút ra nhận xét về mối liên hệ giữa chúng?

$$\text{a) } y = \log_{\frac{1}{2}} x; \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x \quad \text{b) } y = \log_{\sqrt{3}} x; \quad y = (\sqrt{3})^x$$

HS. Vẽ các đồ thị và rút ra nhận xét:



Đồ thị $y = \log_{\frac{1}{2}} x; \quad y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$



Đồ thị $y = \log_{\sqrt{3}} x; \quad y = (\sqrt{3})^x$

Nhận xét: Đồ thị của các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$ ($a > 0, a \neq 1$) đối xứng nhau qua đường $y = x$.

BÀI 4. HÀM SỐ MŨ. HÀM SỐ LÔGARIT

Tiết 31. Bài tập Hàm số mũ và Hàm số lôgarit

GV. Giao nhiệm vụ sau cho nhóm HS:

Bài 1. Cho các hàm số $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$; $y = \log_{\frac{1}{4}} x$. Hãy thực hiện:

1. Vẽ đồ thị các hàm số trên cùng hệ trục tọa độ. Kiểm tra lại trên MTCT?

2. Có tồn tại giá trị nào của x để $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \log_{\frac{1}{4}} x$? Giải thích?

3. Sử dụng MTCT, tính gần đúng giá trị của x để $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \log_{\frac{1}{4}} x$

Bài 2. Cho các hàm số sau:

$$a) y = \log_2(3 - 5x)$$

$$b) y = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 4x)$$

$$c) y = \log_3(x^2 - 3x + 2)$$

$$c) y = \log_{0,3} \frac{2x-1}{x+5}$$

1. Tìm tập xác định của các hàm số trên

2. Tính đạo hàm của các hàm số

3. Sử dụng MTCT vẽ đồ thị các hàm số và kiểm nghiệm lại kết quả 1)

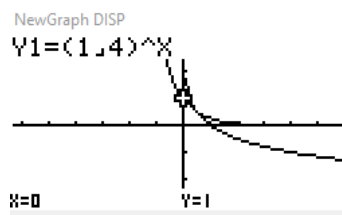
4. Vẽ đồ thị hàm số $y = \log_2(3 - 5x)$; $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ trên cùng hệ trục tọa độ

và tìm gần đúng giá trị của x để $\log_2(3 - 5x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

HS. Thực hiện các nhiệm vụ trên.

Trong bài 1:

a) HS dựa vào hình dạng đồ thị của hàm số mũ và hàm số lôgarit đã được học để vẽ phác thảo đồ thị, kiểm nghiệm lại bằng MTCT:

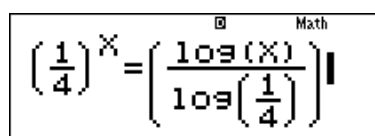


b) Dựa vào đồ thị, HS đưa ra nhận xét: Hai đồ thị cắt nhau tại một điểm, do

đó tồn tại x để $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \log_{\frac{1}{4}} x$

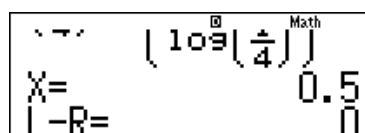
3. Sử dụng MTCT, tính gần đúng giá trị của x để $\left(\frac{1}{4}\right)^x = \log_{\frac{1}{4}} x$

+ Lập công thức:



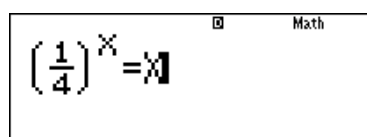
$$\left(\frac{1}{4}\right)^X = \left(\frac{\log(X)}{\log\left(\frac{1}{4}\right)}\right)$$

+ Giải PT bằng chức năng SHIFT SOLVE:



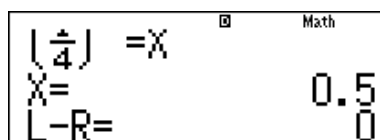
$$X = 0.5$$

HS cũng có thể nhận xét: Hai đồ thị cắt nhau tại đường $y = x$, do đó có thể tìm x từ PT:



$$\left(\frac{1}{4}\right)^X = X$$

Cho kết quả như trên:



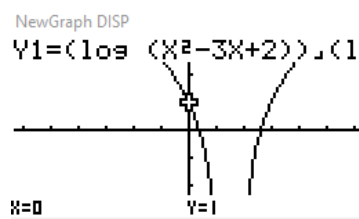
$$X = 0.5$$

Trong bài 2:

1. HS sử dụng điều kiện của lôgarit để tìm tập xác định ($\log_a X$, $X > 0$)

2. Sử dụng công thức đạo hàm hàm hợp để tính.

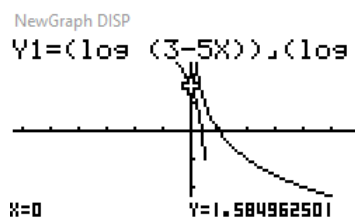
3. Sử dụng MTCT để vẽ đồ thị, kiểm chứng kết quả 1), chẳng hạn đối với hàm số $y = \log_3(x^2 - 3x + 2)$, có đồ thị như sau:



với x trong đoạn $[1; 2]$, hàm số không xác định, phù hợp với kết quả trong bước 1), hàm số có tập xác định là $(-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$

4. HS sử dụng MTCT vẽ đồ thị hàm số $y = \log_2(3-5x)$; $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ trên

cùng hệ trục tọa độ:



và dự đoán không có giá trị của x để $\log_2(3-5x) = \log_{\frac{1}{2}} x$

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Tiết 32. Phương trình mũ

Thiết kế tình huống dạy khái niệm và cách giải PT mũ như sau:

- *Hoạt động 1* (dẫn đến khái niệm PT mũ)

Bài toán. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi:	
1. Tổng số tiền có được sau một năm?	
2. Tính tổng số tiền có được sau 5 năm?	
3. Sau bao nhiêu năm thì thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?	

GV. Giao nhiệm vụ cho HS thảo luận, tìm cách giải

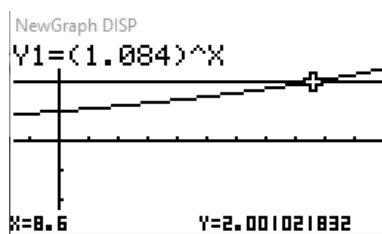
HS. Thực hiện giải bài toán:

Bài toán. Một người gửi tiết kiệm với lãi suất 8,4%/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Hỏi:	
1. Tổng số tiền có được sau một năm?	$P_1 = P + P \cdot 0,084 = P(1 + 0,084)$
2. Tính tổng số tiền có được sau 5 năm?	$P_5 = P(1 + 0,084)^5$
3. Sau bao nhiêu năm thì thu được số tiền gấp đôi số tiền ban đầu?	$P_n = P(1 + 0,084)^n = P \cdot (1,084)^n$ Để $P_n = 2P$ thì $(1,084)^n = 2$

GV. Tính n từ $(1,084)^n = 2$ bằng cách nào?

- Sử dụng MTCT: vẽ đồ thị hàm số $y = (1,084)^x$ hoặc lập bảng giá trị của hàm số $y = (1,084)^x$. Xét giá trị của $y = 2$?

HS. Thực hiện vẽ đồ thị:



hoặc lập bảng giá trị:

X		F(X)	Math
6	8.5	1.9849	
7	8.6	2.001	
8	8.7	2.0172	
		8.6	

Dựa vào đồ thị hoặc bảng trên, nhận thấy $x \approx 8,6$.

GV. Dựa vào định nghĩa lôgarit, hãy đưa ra một cách tính n từ $(1,084)^n = 2$?

HS. Áp dụng định nghĩa lôgarit, với $b > 0$, ta có $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$

Vậy: $(1,084)^n = 2 \Leftrightarrow n = \log_{1,084} 2 \approx 8,59$. Vì n là số tự nhiên nên chọn $n = 9$.

GV. Những bài toán thực tế như trên đưa đến việc giải PT có chứa ẩn số ở số mũ của lũy thừa. Ta gọi đó là các *PT mũ*.

- PT mũ cơ bản có dạng: $a^x = b$ ($a > 0$, $a \neq 1$)

Hãy nêu cách giải PT $a^x = b$ ($a > 0$, $a \neq 1$)?

HS. Với $b > 0$, ta có $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$; Với $b \leq 0$, PT vô nghiệm.

GV. Minh họa cách giải trên bằng đồ thị? Áp dụng: Giải các PT sau:

$$\text{a) } 2^x = 5 \quad \text{b) } (\sqrt{3})^x = 2 \quad \text{c) } \left(\frac{1}{2}\right)^x = 7$$

BÀI 5. PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Tiết 33. Phương trình lôgarit

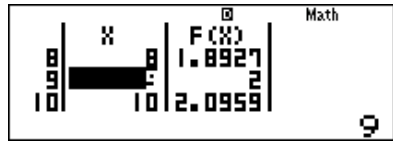
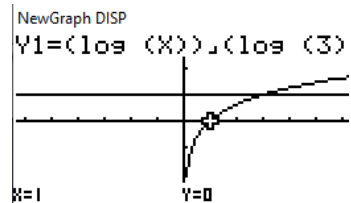
Thiết kế tình huống dạy học một số nội dung của bài như sau:

- *Hoạt động 1* (PT lôgarit cơ bản):

PHIẾU HỌC TẬP

Cho hàm số $y = \log_3 x$. Hãy thực hiện:	
1. Tính giá trị của hàm số tại $x = 1, 2, 3, \dots, 9, 10$?	
2. Có giá trị nào của x để $y = 2$?	
3. Tính x , biết $y = \frac{5}{3}$. Kiểm tra lại trên MTCT?	
4. Khẳng định “Với mỗi giá trị của y_0 , luôn tồn tại duy nhất một giá trị của x_0 để $y_0 = \log_3 x_0$ ” có đúng không? Giải thích	
5. Nêu cách giải PT dạng $\log_a x = b$ với $a > 0, a \neq 1$?	

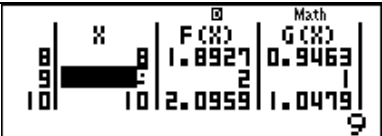
HS. Thực hiện theo các nhóm

Cho hàm số $y = \log_3 x$. Hãy thực hiện:	
1. Tính giá trị của hàm số tại $x = 1, 2, 3, \dots, 9, 10$?	Sử dụng MTCT: 
2. Có giá trị nào của x để $y = 2$?	Dựa vào bảng: $x = 9$
3. Tính x , biết $y = \frac{5}{3}$ - Kiểm tra lại trên MTCT?	Dựa vào định nghĩa: $\log_3 x = \frac{5}{3} \Leftrightarrow x = 3^{\frac{5}{3}} = 3\sqrt[3]{9}$ 
4. Khẳng định “Với mỗi giá trị của y_0 , luôn tồn tại duy nhất một giá trị của x_0 để $y_0 = \log_3 x_0$ ” có đúng không? Giải thích	Đường thẳng $y = y_0$ luôn cắt đồ thị hàm số $y = \log_3 x$ tại một điểm duy nhất: 

5. Nêu cách giải PT dạng $\log_a x = b$ với $a > 0$, $a \neq 1$?	Dựa vào định nghĩa và phân tích ở trên: PT $\log_a x = b$ với $a > 0$, $a \neq 1$ luôn có nghiệm duy nhất $x = a^b$ với mọi b .
--	--

GV. Ta nói PT $\log_a x = b$ với $a > 0$, $a \neq 1$ là PT lôgarit cơ bản. PT luôn có nghiệm duy nhất $x = a^b$ với mọi b .

- Hoạt động 2. (Giải PT lôgarit đơn giản bằng đưa về cùng cơ số)

Cho hàm số $f(x) = \log_3 x$; $g(x) = \log_9 x$. Hãy thực hiện:	
1. Sử dụng MTCT hãy tính giá trị của các hàm số $f(x)$ và $g(x)$ tại $x = 1, 2, 3, \dots, 9, 10$?	
2. Tìm trong bảng có giá trị nào của x để $f(x) + g(x) = 3$?	Với $x = 9$ thì $f(x) + g(x) = 3$?
3. Dựa vào bảng, nhận xét mối liên hệ giá trị của hàm $f(x)$ và $g(x)$ tại $x = 1, 2, 3, \dots, 9, 10$?	$f(x_0) = 2g(x_0)$
4. Hãy đưa $\log_3 x$; $\log_9 x$ về cùng một cơ số?	$\log_9 x = \log_{3^2} x = \frac{1}{2} \log_3 x$
5. Giải PT: $\log_3 x + \log_9 x = 3$	$\log_3 x + \log_9 x = 3$ $\Leftrightarrow \log_3 x + \frac{1}{2} \log_3 x = 3$ $\Leftrightarrow \frac{3}{2} \log_3 x = 3 \Leftrightarrow \log_3 x = 2$ $\Leftrightarrow x = 9$

GV. Giải PT sau: $\log_2 x + \log_8 x + \log_{128} x = \frac{31}{21}$

HS. Thực hành giải bằng cách đưa các lôgarit về cùng cơ số 2.

BÀI 6. BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ VÀ BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

Tiết 37. Bất phương trình mũ

Gồm các nội dung:

1. Bất PT mũ cơ bản

2. Bất PT mũ đơn giản

Thiết kế tình huống dạy học như sau:

- *Hoạt động 1* (Nhận dạng và cách giải bất PT mũ cơ bản):

PHIẾU HỌC TẬP 1

Cho hàm số $y = 3^x$	
1. Sử dụng MTCT vẽ đồ thị (C) của hàm số	
2. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 5$ và đồ thị (C)?	
3. Tìm giá trị của x để đường thẳng $y = 5$ nằm dưới đồ thị (C)? Từ đó, tìm nghiệm của bất PT $3^x > 5$	
4. Nêu cách giải bất PT $a^x > b$ với $a > 0, a \neq 1$	

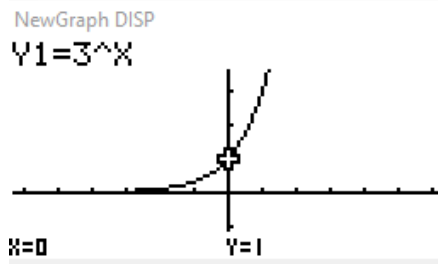
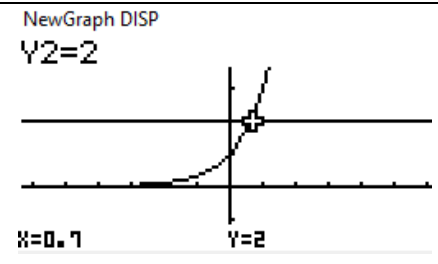
PHIẾU HỌC TẬP 2

Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	
1. Sử dụng MTCT vẽ đồ thị (C) của hàm số	
2. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 3$ và đồ thị (C)?	
3. Tìm giá trị của x để đường thẳng $y = 3$ nằm trên đồ thị (C)? Từ đó, tìm nghiệm của bất PT $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 3$	
4. Nêu cách giải bất PT $a^x > b$ với $a > 0, a \neq 1$	

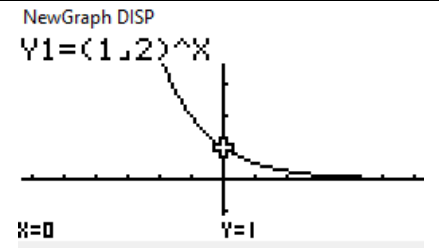
HS. Thực hiện nhiệm vụ theo từng nhóm

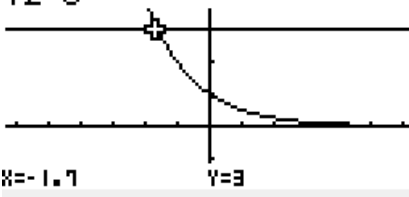
PHIẾU HỌC TẬP 1

Cho hàm số $y = 3^x$

1. Sử dụng MTCT vẽ đồ thị (C) của hàm số	NewGraph DISP Y1=3^X 											
2. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng y = 2 và đồ thị (C)?	NewGraph DISP Y2=2  - Giải PT: $3^x = 2 \Leftrightarrow x = \log_3 2$											
3. Tìm giá trị của x để đường thẳng y = 2 nằm dưới đồ thị (C)? Từ đó, tìm nghiệm của bất PT $3^x > 2$	- Đường thẳng y = 2 nằm dưới đồ thị (C) tương ứng với những giá trị $x > \log_3 2$ $3^x > 2 \Leftrightarrow x > \log_3 2$											
4. Nêu cách giải bất PT $a^x > b$ với $a > 0$, $a \neq 1$	<table><tr><th rowspan="2">$a^x > b$</th><th colspan="2">Tập nghiệm</th></tr><tr><th>$a > 1$</th><th>$0 < a < 1$</th></tr><tr><td>$b \leq 0$</td><td>$\square$</td><td>$\square$</td></tr><tr><td>$b > 0$</td><td>$(\log_a b; +\infty)$</td><td>$(-\infty; \log_a b)$</td></tr></table>	$a^x > b$	Tập nghiệm		$a > 1$	$0 < a < 1$	$b \leq 0$	$\square$	$\square$	$b > 0$	$(\log_a b; +\infty)$	$(-\infty; \log_a b)$
$a^x > b$	Tập nghiệm											
	$a > 1$	$0 < a < 1$										
$b \leq 0$	$\square$	$\square$										
$b > 0$	$(\log_a b; +\infty)$	$(-\infty; \log_a b)$										

PHIẾU HỌC TẬP 2

Cho hàm số $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$	
1. Sử dụng MTCT vẽ đồ thị (C) của hs?	

2. Tìm tọa độ giao điểm của đường thẳng $y = 3$ và đồ thị (C)?	NewGraph DISP Y2=3  X=-1.7 Y=3 - Giải PT: $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_{\frac{1}{2}} 3$											
3. Tìm giá trị của x để đường thẳng $y = 3$ nằm trên đồ thị (C)? Từ đó, tìm nghiệm của bất PT $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 3$	- Đường thẳng $y = 3$ nằm trên đồ thị (C) tương ứng với những giá trị $x > \log_{\frac{1}{2}} 3$ $\left(\frac{1}{2}\right)^x < 3 \Leftrightarrow x > \log_{\frac{1}{2}} 3$											
4. Nêu cách giải bất PT $a^x > b$ với $a > 0$, $a \neq 1$	<table><tr><th rowspan="2">$a^x > b$</th><th colspan="2">Tập nghiệm</th></tr><tr><th>$a > 1$</th><th>$0 < a < 1$</th></tr><tr><td>$b \leq 0$</td><td>$\square$</td><td>$\square$</td></tr><tr><td>$b > 0$</td><td>$(\log_a b; +\infty)$</td><td>$(-\infty; \log_a b)$</td></tr></table>	$a^x > b$	Tập nghiệm		$a > 1$	$0 < a < 1$	$b \leq 0$	$\square$	$\square$	$b > 0$	$(\log_a b; +\infty)$	$(-\infty; \log_a b)$
$a^x > b$	Tập nghiệm											
	$a > 1$	$0 < a < 1$										
$b \leq 0$	$\square$	$\square$										
$b > 0$	$(\log_a b; +\infty)$	$(-\infty; \log_a b)$										

GV. Cùng cố lại dạng của bất PT mũ cơ bản và cách giải. Cho HS luyện tập cách giải một số bất PT cơ bản:

- Giải các bất PT sau:

$$a) \left(\frac{2}{3}\right)^x \leq \frac{3}{2} \quad b) \left(\sqrt[3]{5}\right)^x > \frac{3}{4} \quad c) (0,28)^x > 5$$

- Hoạt động 2 (Cách giải một số bất PT mũ đơn giản):

GV. Giải các bất PT sau:

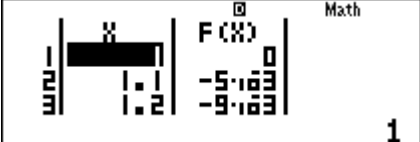
$$a) 5^{x^2-3x} < \frac{1}{25} \quad b) 2^x + 2^{-x} < 3$$

HS. Thực hiện bằng cách đưa về dạng cơ bản a), đặt ẩn phụ đối với b).

Kiểm tra lại kết quả trên MTCT với trường hợp a) $5^{x^2-3x} < \frac{1}{25}$

- Lập công thức: $f(x) = 5^{x^2-3x} - \frac{1}{25}$

- Tính giá trị của $f(x)$ trong (1 ; 2) và quan sát bảng giá trị nhận được $f(x) < 0$

	
---	--

ÔN TẬP CHƯƠNG II

Mục đích: Thiết kế một số tình huống giải bài tập Chương II: Hàm số lũy thừa, hàm số mũ và hàm số lôgarit có sử dụng MTCT.

- *Hoạt động 1:* Giải các bài tập trắc nghiệm

Bài 4 (tr91). Cho hàm số $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7)$. Nghiệm của bất PT

$g(x) > 0$ là:

(A) $x > 3$

(B) $x < 2$ hoặc $x > 3$

(C) $2 < x < 3$

(D) $x < 2$

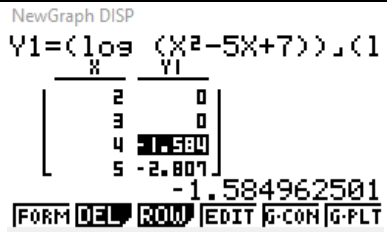
Gợi ý:

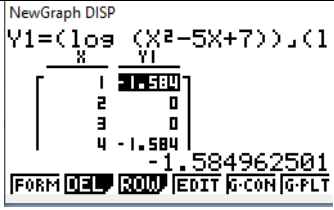
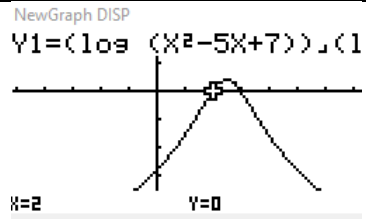
- Tập xác định của hàm số $g(x)$?

- Với giá trị nào của x để $g(x) = \log_a x > 0$ với $0 < a < 1$?

- Áp dụng đối với $g(x) = \log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 5x + 7)$?

*) *Sử dụng MTCT:*

- Thử với trường hợp $x > 3$: tính $g(4) = ?$	 Ta có $g(4) \approx -1,58 < 0 \Rightarrow$ loại (A)
- Thử với trường hợp $x < 2$: tính $g(1) = ?$	

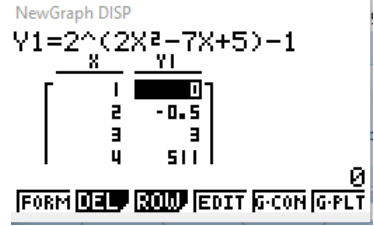
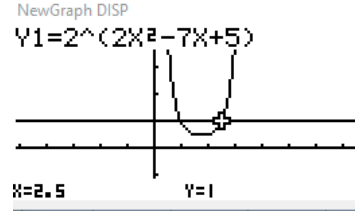
	 Ta có $g(4) \approx -1,58 < 0 \Rightarrow$ loại (D) và (B). Vậy: Đáp án (C)
Sử dụng MTCT vẽ đồ thị $g(x)$ để kiểm tra lại kết quả:	

Bài 6 (tr 91). Số nghiệm của PT $2^{2x^2-7x+5} = 1$ là:

(A) 0 ; (B) 1 ; (C) 2 ; (D) 3.

Gợi ý: - Nêu cách giải PT dạng: $a^x = b$, với $a > 0, a \neq 1$?

- Áp dụng đối với $2^{2x^2-7x+5} = 1$?

*) Sử dụng MTCT:- Lập bảng giá trị của hàm số?	
- Rút ra những nhận xét từ bảng?	- Nhận thấy $x = 1$ là một nghiệm - Vì $f(2).f(3) < 0$ và $f(x)$ là hàm số liên tục nên tồn tại một nghiệm trong $(2 ; 3)$
- KL PT có 2 nghiệm có đúng không?	- Chưa kết luận được
- Kiểm tra lại bằng đồ thị?	 - Đồ thị hàm số $y = 2^{2x^2-7x+5}$ và $y = 1$ cắt nhau tại hai điểm $\Rightarrow$ Đáp án (C)